***Lampiran 5***

Matematika

 



 Buku Siswa

Lingkaran

Kelas VIII

Semester 2

KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kepada Allah SWT karena atas rahmat, dan karunia-Nya saya dapat menyelesaikan buku ajar matematika dengan materi Lingkaran.

Buku ajar ini di susun sebagai salah satu bahan ajar siswa dalam pelaksanaan pembelajaran matematika di sekolah. Dalam buku ajar ini di sajikan materi pelajaran matematika materi lingkaran khususnya secara sederhana. Efektif dan mudah di mengertiyang di sertai dengan contoh – contoh kehidupan nyata dan penerapan karakter pendidikan yang di inginkan. Gambar, grafik dan simbol di buat semenarik mungkin untuk mempermudah dalam memahami materi yang sedang di pelajari buku ajar ini juga di lengkapi dengan contoh soal uji kompetensi mandiri.

Sesuai dengan tujuan pembelajaran matematika, di harapkan dengan buku ini siswa dapat memahami konsep matematika, memperjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan untuk memecahkan suatu masalah. Siswa juga di harapkan memiliki kemampuan komunikasi matematika.

Akhirnya saya mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan membimbing penyelesaian buku ajar siswa ini.

 Medan, Juli 2019

 Ttd

 Nita Kusuma

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR ii

DAFTAR ISI iii

KOMPETENSI INTI DAN KOMPETENSI DASAR 1

PETA KONSEP 2

MATERI LINGKARAN

 A. Pertemuan Pertama 3

 B. Pertemuan Kedua 4

 C. Pertemuan Ketiga 5

 D. Pertemuan Keempat 6

 E. Pertemuan Kelima 7

DAFTAR PUSTAKA 8

**KOMPETENSI INTI DAN KOMPETENSI DASAR**

**Kompetensi Inti**

**KI 1 :**Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang di anutnya.

**KI 2 :**Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya .

**K1 3 :**Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual,konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.

**KI 4 :**Mengelola, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang).

**Kompetensi Dasar**

**3.7** Menjelaskan sudutpusat,sudut keliling,panjang busur,dan luas juring,serta hubungannya.

**3.8** Menjelaskan garis singgung persekutuan luar dan dan persekutuan dalam dua lingkaran dan cara melukisnya.

**4.7** Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sudut pusat,sudut keliling,panjang busur,dan luas juring lingkaran,serta hubungannya.

**4.8** Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran.

**PETA KONSEP**

Menentukan hubungan antara Sudut pusat dan sudut keliling

Menentukan rumus luas juring

Menentukan rumus panjang busur

Garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran

Garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

**PERTEMUAN KE-1**

**Tujuan Pembelajaran :**

Dengan kegiatan diskusi dan pembelajaran kelompok menggunakan model Think Talk Write dengan kemampuan representasi matematis siswa di harapkan siswa terlihat aktif dalam kegiatan menjawab pertanyaan,memberi saran dan kritik serta dapat :

1. Mengenal Lingkaran

***Kegiatan 1***  *Mengenal Lingkaran*

Seorang tukang kayu yang membuat peralatan rumah tangga,perlu untuk memotong papan yang berbentuk per segi panjang menjadi lingkaran. Tukang kayu tersebut menemui masalah untuk menentukan titik pusat lingkaran yang akan di buat. Dapatkah kalian membantu tukang kayu agar mendapatkan bentuk lingkaran sebesar mungkin dari papan – papan tersebut?



**Gambar 1** Tukang Kayu

Kalian mungkin bisa memecahkan masalah tersebut dengan cara mencoba dengan menggambarkan dan membuat sketsa dari papan berbentuk persegi tersebut.

***Alternatif Pemecahan Masalah***

Alternatif pemecahan masalah di sajikan dalam tabel 1 berikut :

Langkah 1 : Sketsa bentuk persegi pada papan tersebut.

Langkah 2 : Gambarlah kedua diagonal persegi tersebut hingga bertemu di satu

 titik.

Langkah 3 : Lingkaran bisa di gambar dengan pusat titik tersebut dan jari – jari setengah panjang sisi persegi.

Tabel 1 Bentuk Lingkaran

 *Memahami Unsur – Unsur Lingkaran*

Unsur – unsur lingkaran anatara lain :

1. Unsur lingkaran berupa ruas garis atau kurva lengkung : busur,tali busur,jari – jari,diameter,apotema.
2. Unsur lingkaran berupa luasan : juring,tembereng.

***Ayo Kita Amati***

1. Unsur – unsur lingkaran yang berupa garis dan ciri – cirinya
2. Busur

Ciri – ciri :

* Berupa kurva lengkung.
* Berhimpit dengan lingkaran.
* Jika kurang dari setengah lingkaran ( sudut pusat < 1800 ) di sebut busur minor.
* Jika lebih dari setengah lingkaran ( sudut pusat > 1800 ) di sebut busur mayor.
* Busur setengah lingkaran berukuran sudut pusat = 1800

*Keterangan* :

D D R

 Q

 P

 O

 A A T

 C S

 Minor Mayor Setengah Lingkaran

Dengan Simbol : *AD*, *ACD*, dan *RST*

1. Jari – jari

Ciri – ciri :

* Berupa ruas garis.
* Menghubungan titik pada lingkaran dengan titik pusat.

 D M

 Q

 P

 O

 S

Dengan Simbol : *OD*, *PM*, dan *QS*

1. Diameter

Ciri – ciri :

* Berupa ruas garis.
* Menghubungkan dua titik pada lingkaran.
* Melalui titik pusat lingkaran.

 Q

 O

 *D M*

 P

 *S U*

 B J

Dengan Simbol : *BD*, *JM*, dan *SU*

1. Tali Busur

Ciri – ciri :

* Berupa ruas garis.
* Menghubungkan dua titik pada lingkaran.

 F R U

 Q

 P

 O

 E I S

 Dengan Simbol : *FE*, *IR*, dan *SU*

1. Apotema

Ciri – ciri :

* Berupa ruas garis
* Menghubungkan titik pusat dengan satu titik di tali busur.
* Tegak lurus dengan tali busur.

 F R

Q

 P

 O

G

E I

 Dengan Simbol : OG, PQ

1. Unsur – unsur Lingkaran Yang Berupa Luasan serta Ciri – cirinya
2. Juring

Ciri - ciri :

* Berupa daerah di dalam lingkaran.
* Dibatasi oleh dua jari – jari dan satu busur lingkaran.
* Jari – jari yang membatasi memuat titik ujung busur lingkaran.

 Q

A J

 Mayor

 P

 Minor

 O

 K J

 B G

1. Tembereng

Ciri – ciri :

* Berupa daerah di dalam lingkaran.
* Di batasi oleh tali busur dan busur lingkaran.

 P

 O

 Q

 A J K J

 B G

 Minor Mayor

1. Sudut Pusat

Ciri – ciri :

* Terbentuk dari dua sinar garis (kaki sudut).
* Kaki sudut berhimpit dengan jari – jari lingkaran.
* Titik sudut berhimpit dengan titik pusat lingkaran.

Sudut pusat *AOB* ditulis “ *< AOB*” atau “ ἁ “

Sudut pusat *JPG* di tulis “*< JPG*” ataiu “ β “

Sudut pusat *KQJ* di tulis “*<KQZ*” ataiu “ θ “

 A J

 β

 P

 θ

 Q

 ἁ

 O

 K J

 G

 B

 *< AOB < JPG <KQZ*

***Ayo Kita Menanya***

Dari hasil pengamatan berikut :

1. Apakah hubungan antara busur minor dengan busur mayor?
2. Mengapa tidak ada apotema yang bersesuaian dengan diameter?

***Ayo Kita Menggali Informasi***

Dari pengamatan kalian pada gambar – gambar unsur – unsur lingkaran , buatlah sketsa lain dari masing – masing unsur yang sudah kalian amati. Sketsa tidak boleh sama dengan gambar pada pengamatan. Setelah itu, rangkailah pengertian tiap unsur tersebut dengan kalimat kalian sendiri.

Untuk mengecek kebenaran pengertian yang kalian buat, kalian bisa mengonsultasikan dengan guru di kelas atau mengecek pada buku sumber lain. Dengan begitu kalian bisa menghargai pengertian berbeda yang di buat oleh teman yang lain. Tujuan pengamatan gambar dan ciri – ciri unsur lingkaran yang di sajikan adalah agar kalian memahami unsur tersebut bukan hanya menghafalkan redaksi kalimat. Unsur lingkaran tersebut sebenarnya saling terkait. Untuk menambah npemahaman kalimat tentang unsur lingkaran.

***Ayo Kita Menalar***

Berikan tanggapan (Ya / Tidak) terhadap pernyataan berikut ini :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **No** | **Pernyataan** | **Ya / Tidak** |
| 1 | Setiap tali busur adalah diameter. |  |
| 2 | Setiap diameter adalah tali busur. |  |
| 3 | Lingkaran adalah busur terbesar. |  |
| 4 | Pada tali busur yang berimpit dengan diameter, tali busur tersebut tidak memiliki apotema. |  |
| 5 | Luas suatu juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut. |  |
| 6 | Panjang suatu busur sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan busur tersebut. |  |

**Latihan 1**

1. Suatu lingkaran mempunyai jari – jari 10 cm. Pada lingkaran tersebut terdapat tali busur *AB, CD, EF,* dan *GH*, dengan panjang berturut – turut 10 cm, 12 cm, 14 cm, dan 16 cm. Jika dari titik pusat lingkaran di buat apotema terhadap masing – masing tali busur, apotema pada tali busur manakah yang terpanjang?
2. Diketahui pada suatu lingkaran terdapat empat busur, yaitu busur *AB* , *CD*, *EF*, dan *GH*. Panjang *AB* > panjang *CD* > panjang *EF* > panjang *GH*. Jika pada masing – masing busur tersebut di buat sudut pusat yang bersesuaian, maka sudut pusat terkecil menghadap busur.......
3. Tentukan jari – jari lingkaran yang di ketahui diameternya 13 cm?
4. Apakah perpotongan dua diameter selalu di titik pusat?
5. Diketahui 3 titik *A, B,* dan *C* tidak segaris. Buatlah lingkaran yang melalui 3 titik tersebut.

*A C*

*B*

**PERTEMUAN KE-2**

**Tujuan Pembelajaran :**

Dengan kegiatan diskusi dan pembelajaran kelompok menggunakan model Think Talk Write dengan kemampuan representasi matematis siswa di harapkan siswa terlihat aktif dalam kegiatan menjawab pertanyaan,memberi saran dan kritik serta dapat :

1. Menentukan Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling

*Sudut Pusat Dan Sudut Lingkaran*

***Sudut Pusat*** *adalah sudut yang terbentuk dari dua jari – jari yang berputar dari titik pusat lingkaran.*

***Sudut Keliling*** *adalah sudut yang kaki sudutnya berhimpit dengan tali busur, dan titik pusatnya berhimpit dengan suatu titik pada lingkaran.*

***Alternatif Pemecahan Masalah***

A Pada gambar tersebut dapat kita amati sudut

B O

 keliling *ABC* pada lingkaran *O*. Kaki – kaki

 sudut *ABC* memotong lingkaran di titik *A*

dan *C* . Dengan kata lain sudut keliling *ABC*

C menghadap busur *AC*. Tahukah kalian, anta

 **Gambar Sudut Keliling** *ABC* ra sudut keliling dan sudut pusat yang meng

hadap busur sama mempunyai hubungan kh

usus.

Pada gambar tersebut dapat kita amati sudut keliling *ABC* (<*ABC*) pada lingkaran *O.* Kaki – kaki <*ABC* memotong lingkaran di titik *A* dan *C*. Dengan kata lain sudut keliling *ABC* menghadap busur *AC* (*AC*). Tahukah kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus.

Pada kegiatan ini dapat ditemukan :

1. Hubungan antara sudut keliling dengan sudut pusat yang menghadap busur sama.
2. Hubungan antara sudut keliling lingkaran yang menghadap busur sama.

Dengan mempersiapkan bahan berikut ini :

* 1 Buah jangka
* 1 Buah busur derajat
* 1 Buah gunting
* 1 Buah penggaris
* 6 Buah lembar kertas HVS

***Ayo Kita Amati***

***Sudut Pusat***

 O

 A B L

 600

 O

 1200

 O

 K N

 M

* < *AOB*

m <*AOB* = 900

Menghadap *AB*

* < *KOL*

m <*KOL* = 1200

Menghadap *KL*

* < *MON*

m <*MON* = 600

Menghadap *MN*

***Sudut Keliling***

 A B L E

 O

 O

 O

 K N F

 D

 C M

* < *ACB*
* <*KDL*
* <*MEN* dan < *MFN*

***Ayo Kita Menanya***

 Dari hasil pengamatan berikut :

1. Bagimanakah hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama?
2. Bagaimanakah hubungan anatara sudut keliling yang menghadap busur sama?

***Ayo Kita Menggali Informasi***

 Untuk mengetahui hubungan tersebut, kita perlu mencari:

1. Buatlah sketsa dua lingkaran dengan jari – jari sama (misal 5 cm), lalu guntinglah dengan rapi.
2. Lipatlah kedua lingkaran sehingga membentuk sudut pusat 900 . Lalu tandai 2 titik pada busur (ujung – ujung lipatan) yang terbentuk, misal titik *A* dan *B*.
3. Buka lipatan salah satu lingkaran hingga menjadi bentuk semula, lalu lipat kembali membentuk sudut keliling tertentu yang masing – masing kaki sudutnya melalui titik *A* dan *B*. (Keterangan : Misal kaki sudut satu melalui titik *A*, maka kaki sudut lainnya melalui titik *B*).
4. Bandingkan besar sudut keliling dengan sudut pusat yang telah kalian buat.
5. Lakukan kembali langkah 1 sampai 4 untuk tiga sudut pusat berbeda.
6. Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut pusat yang kalian buat.

***Ayo Kita Menalar***

 D C

 A

 B

Segi empat Tali Busur adalah segiempat yang keempat titik sudutnya berhimpit dengan suatu lingkaran.

Dengan kegiatan menalar berikut, diharapkan kalian mampu menemukan hubungan antara sudut yang saling berhadapan.

1. Segi empat tali busur ABCD tersusun atas dua pasang sudut keliling yang saling berhadapan. Tuliskan kedua pasang sudut keliling tersebut.
2. Amati busur yang di hadapi oleh masing – masing sudut keliling yang saling berhadapan. Bagaimanakah kedua busur tersebut?
3. Kaitkan dengan hubungan sudut keliling dan sudut pusat yang telah kalian temukan. Lalu simpulkan hubungan anatara dua sudut yang saling berhadapan pada segi empat tali busur tersebut.

**Latihan 2**

1. Deketahui pada lingkaran *O*, terdapat sudut pusat *AOB* dan sudut keliling *ACB*. Jika besar sudut *AOB* adalah 300, maka besar sudut *ACB* adalah......
2. Perhatikan gambar di bawah ini. Diketahui m<*MAN* adalah 1200. Tentukan besar m<*MON*.

**PERTEMUAN KE-3**

**Tujuan Pembelajaran :**

Dengan kegiatan diskusi dan pembelajaran kelompok menggunakan model Think Talk Write dengan kemampuan representasi matematis siswa di harapkan siswa terlihat aktif dalam kegiatan menjawab pertanyaan,memberi saran dan kritik serta dapat :

1. Menentukan Panjang Busur dan Luas Juring

***Ayo Kita Amati***

 A A

 ἁ

 O

 ἁ

 O

 B B

 Sudut pusat *AOB* atau *<AOB* Busur *AB* atau *AB*

 A A

 ἁ

 O

 ἁ

 O

 B B

 Sudut pusat *AOB* atau <*AOB* Luas Juring *AOB*

Dari ilustrasi di atas bahwa bisa kita amati panjang busur AB bersesuaian dengan sudut pusat ἁ, begitupun luas juring AOB bersesuaian dengan sudut pusat ἁ . Ukuran sudut pusat lingkaran adalah 00 hingga 3600.

***Ayo Kita Menanya***

Setelah kita mengamati ilustrasi di atas akan muncul pertanyaan :

1. Bagimana hubungan anatara sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?
2. Bagimana hubungan antara sudut pusat dengan luas juring lingkaran?

***Ayo Kita Menggali Informasi***

Pada kegiatan ini , akan kita cari tahu hubungan antar sudut dengan panjang busur, serta sudut pusat dengan luas juring.

Rumus keliling lingkaran yaitu :

K = 2 X $π$ X r

Rumus luas lingkaran yaitu :

L = $π$ X r2

Dalam kedua rumus tersebut terdapat suatu konstanta yang tertentu yaitu $π$ (pi). Pada kegiatan ini kita akan mengetahui asal usul bilangan $π$ . Bilangan $π $adalah salah satu bilangan yang di temukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran.

Dengan nilai $π$ = 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

**Tabel** Hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Rasio sudut pusat *a* terhadap 3600** | **Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran** | **Rasio luas juring terhadap luas lingkaran** |
| $$a$$ **3600** |  **Panjang busur** **Keliling lingkaran** |  **Luas Juring** **Luas Lingkaran** |
|  2700 3600 | ......... | ......... |
|  1800 3600 | ......... | ......... |
|  900 3600 | ......... | ......... |
|  500 3600 | ......... | ......... |
|  300 3600 | ......... | ......... |
| $$a$$ 3600 | ......... | ......... |

***Ayo Kita Menalar***

1. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 2 pada tabel diatas bagaimana rasionya?

Buatlah simpulan tentang rumus menentukan panjang busur *AB* yang

diketahui jari – jarinya *r* dan sudut pusatnya *a*

 A

 ἁ

 O

 B

1. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 3 pada tabel di atas. Bagaimanakah rasionya?

Buatlah simpulan tentang rumus luas juring *AOB* yang di ketahui jari – jarinya *r* dan sudut pusatnya *a.*

 A

 *r*

 O

 B

1. Manakah yang lebih luas?
2. Juring lingkaran *A* dengan sudut pusat *a* dan jari – jari *r* , atau
3. Juring lingkaran *B* dengan sudut $\frac{1}{2}$. *a* dan jari – jari 2*r.*
4. Lingkaran dengan ukuran sudut pusat$ \frac{1}{2}$. *a* dan jari – jari *r* memiliki luas juring sama dengan lingkaran dengan jari – jari *r* dan sudut pusat *a.* Tentukan juring lain dengan ukuran jari – jari dan sudut pusat berbedadengan contoh, sedemikian sehingga panjangnya sama dengan juring lingkaran dengan jari – jari *r* dan sudut pusat *a.* Tuliskan minimal 3 juring.

**Latihan 3**

1. Suatu kue berbentuk lingkaran padat dengan jari – jari 14 cm. Kue tersebut di bagi menjadi 6 bagian berbentuk juring yang sama bentuk. Ukuran sudut pusat masing – masing potongan adalah......
2. Diketahui suatu juring lingkaran dengan ukuran sudut pusat 1800. Jika luas juring tersebut adalah 157 cm2, maka diameter lingkaran tersebut adalah........cm. ( $π$ = 3,14).
3. Luas juring lingkaran dengan jari – jari 21 cm dan sudut pusat 300 adalah....cm2. ( $π$ = $\frac{22}{7}$. ).
4. Diketahui empat lingkaran ber4beda dengan pusat *A,B,C* dan *D.* Luas keempat lingkaran tersebut jika di urutkan dari yang terkecil ke yang terbesar adalah lingkaran *A*, Lingkaran *B*, lingkaran *C,* kemudian lingkaran *D*. Keliling lingkaran yang terbesar kedua adalah......
5. Suatu restoran menjual dua jenis pizza. Luas pizza besar sam dengan 9 kali luas pizza kecil. Jari – jari pizza besar sama dengan......kali jari – jari pizza kecil.
6. Berikut ini di berikan gambar tiga persegi dengan ukuran sama. Di dalam persegitersebut di buat lingkaran sesuai dengan gambar berikut. Daerah di dalam persegi namun di luar lingkaran di beri arsir. Di antara gambar berikut tentukan daerah arsiran terluas.

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

1. Suatu pabrik biskuit memproduksi dua jenis biskuit berbentuk cakram dengan ketebalan sama, tetapi diameternya beda. Permukaan kue yang kecil yang besar masing – masing berdiameter 7 cm dan 10 cm . Biskuit tersebut di bungkus dengan dua kemasan berbeda. Kemasan biskuit kecil berisi 10 biskuit di jual dengan harga Rp 7.000,00 sedangkan kemasan biskuit besar berisi 7 biskuit di jual dengan harga Rp. 10.000,00. Manakah yang lebih menguntungkan , membeli kemasan biskuit yang kecil atau yang besar ? Jelaskan alasanmu.



**PERTEMUAN KE-4**

**Tujuan Pembelajaran :**

Dengan kegiatan diskusi dan pembelajaran kelompok menggunakan model Think Talk Write dengan kemampuan representasi matematis siswa di harapkan siswa terlihat aktif dalam kegiatan menjawab pertanyaan,memberi saran dan kritik serta dapat :

1. Mengenal garis singgung lingkaran
2. Menentukan garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

***Ayo Kita Amati***

1. *Mengenal garis singgung lingkaran*

 Beberapa contoh garis singgung dan bukan garis singgung dibawah ini :

|  |  |
| --- | --- |
| **Garis Singgung** | **Bukan Garis Singgung** |
|  A Memotong di 1 titik(titik singgung) |  P RMemotong lingkaran di 2 titik |

***Ayo Kita Amati***

1. *Menentukan garis singgung persekutuan luar dua lingkaran*

Dua lingkaran dengan pusat *P* dan *Q .* Jari – jari lingkaran *P* dan *Q* berturut – turut adalah *r1* dan *r2*. Garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q* adalah ruas garis terpendek yang menyinggung kedua lingkaran tersebut dan tidak melalui daerah di antara kedua lingkaran. Perhatikan gambar berikut ini. Ruas garis *FH* adalh satu dari dua garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q* . Titik *F* adalh titik singgung pada lingkaran *P*, titik *H* adalah titik singgung pada lingkaran *Q*.

 F

 P

 H

 Q

***Ayo Kita Menanya***

Setelah melakukan pengamatan maka :

1. Bagaimana menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran?
2. Bagaimana sudut yang di bentuk oleh garis singgung persekutuan luar dua lingkaran dengan jari – jari kedua lingkaran?

***Ayo Kita Menggali Informasi***

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*, kita perlu mengumpulkan beberapa informasi penting.

1. Garis singgung *FH* menyinggung lingkaran *P* dan *Q* masing – masing tepat di satu titik.
2. Dari titik *F* dan *P* dapat di buat jari – jari lingkaran *P* sepanjang *r1* dan siku siku dengan *FH*. Mengapa?
3. Dari titik *H* dan *Q* dapat di buat jari – jari lingkaran *Q* sepanjang *r2* dan siku – siku dengan *FH*. Mengapa?

Dari ketiga informasi, kita dapat membuat ilustrasi sebagai berikut :

 F

 r1

 p

 H

 r2

 Q

Garis *FH*, Garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*

Beberapa informasi penting yang kita peroleh :

1. Ruas garis *FH* tegak lurus dengan jari – jari *FP* dan *HQ*
2. Kita dapat membuat garis yang menghubungkan titik *Q* dengan titik *S* pada *PF*, sedemikian sehingga *SF* = *r2*

Sekarang mari kita perhatikan segitiga *PSQ*. Perhatikan beberapa informasi penting berikut.

1. Sudut *QSP* berpelurus dengan sudut *QSR* (Sudut *QSR* siku – siku), sehingga sudut *QSP* juga siku – siku. Dengan kata lain, sehingga *PSQ* berupa segitiga siku – siku dengan sudut siku siku di *S*.

Kita dapat menentukan panjang dengan menentukan teorema pythagoras seperti :

 QS = $\sqrt{PQ2-(r1-r2)}$ 2

Seperti uraian sebelumnya, bahwa panjang *QS* sama dengan *FH* sama dengan garis singgung persekutuan luar lingkaran *P* dan *Q*.

***Ayo Kita Menalar***

1. Uraikan langkah untuk menentukan jarak kedua titik singgung kedua lingkaran . Sebaiknya kalian mengingat kembali materi pythagoras.
2. Bagaimana panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran jika jari – jari kedua lingkarannya sama?

**Latihan 4**

1. Sudut yang terbentuk antaradiameter dengan garis singgung lingkaran adalah........
2. Diketahui jarak antara pusat lingkaran A dan B adalah 20 cm. Lingkaran *A* dan *B* memiliki jari – jari berturut – turut 22 cm dan 6 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah....cm
3. Pada gambar di bawah ini, suatu busur di buat dengan pusat *P* dan memotong garis di titik *Q*. Kemudian dengan jari – jari yang sama, dibuat busur dengan pusat *Q*, sedemikian hingga memotong busur pertama di titik *R*. Dari titik *P,Q*, dan *R*, dibuat sudut *PRQ*. Ukuran sudut yang terbentuk dari sudut *PRQ* adalah.........

 R

 P Q

1. Pada gambar berikut, *ABCD* adalah suatu persegi panjang. Lingkaran *P* dan *Q* adalah lingkaran yang sisinya saling bersinggung dengan sisi persegi panjang.

 A B

|  |
| --- |
|   P Q |

 D C

Jika jari – jari masing – masing lingkaran tersebut adalah 5 cm, maka luas persegi panjang adalah............

1. Diketahui panjang garis singgung persekutuan luar lingkaran *C* dan *D* adalah 24 cm. Jari – jari lingkaran *C* dan *D* berturut – turut 15 cm dan 8 cm. Tentukan :
2. Jarak pusat kedua lingkaran tersebut (jika ada).
3. Jarak kedua lingkaran tersebut (jika ada).
4. Diketahui jarak pusat lingkaran *I* dan *J* 12 cm. Lingkaran *I* Memiliki jari – jari 8 cm. Tentukan jari – jari *J* maksimal agar terdapat garis singgung persekutuan luar antara lingkaran *I* dan *J*. Jelaskan alasanmu.

**PERTEMUAN KE-5**

**Tujuan Pembelajaran :**

Dengan kegiatan diskusi dan pembelajaran kelompok menggunakan model Think Talk Write dengan kemampuan representasi matematis siswa di harapkan siswa terlihat aktif dalam kegiatan menjawab pertanyaan,memberi saran dan kritik serta dapat :

1. Menentukan garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran

***Ayo Kita Amati***

Jika kita memiliki dua lingkaran dengan pusat *P* dan *Q.* Jari – jari *P* dan *Q* Berturut – turut adalah *r1* dan *r2*. Garis singgung persekutuan dalam lingkaran *P* dan *Q* adalah ruas garis terpendek yang menyinggung kedua lingkaran tersebut dan melalui daerah di antara kedua lingkaran. Perhatikan gamabar berikut ini. Ruas garis *FI* adalah satu dari dua garis singgung persekutuan dalam pada lingkaran *P* dan *Q.* Titik F adalah titik singgung pada lingkaran *I*. Sedangkan *I* adalah titik singgung lingkaran *Q*.

 F

 P

 p

 Q

 I

***Ayo Kita Menanya***

1. Bagaimana cara menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran?
2. Apa hubungan antara garis singgung persekutuan dalam, jari – jari, dan jarak titik pusat kedua lingkaran?

***Ayo Kita Menggali Informasi***

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran *P* dan *Q* , kita perlu mengumpulkan beberapa informasi penting.

1. Garis singgung FI menyinggung lingkaran P dan Q masing – masing tepat di satu titik.
2. Dari titik *F* dan *P* dapat di buat jari – jari lingkaran *P* sepanjang *r1* dan siku – siku dengan *FI*. Mengapa?
3. Dari titik *I* dan *Q* dapat di buat jari – jari lingkaran *Q* sepanjang *r2* dan siku – siku dengan *FI*. Mengapa?

 F

 P

 p

 Q

 I

Garis *FI* ,Garis singgung persekutuan dalam lingkaran *P* dan *Q*

Mari kita perhatikan gambar sebelumnya, ada beberapa informasi penting yang kita peroleh.

1. Ruang garis *FI* tegak lurus dengan jari – jari *PF* dan *QI*.
2. Kita dapat memperpanjang garis *PF* menjadi *PZ*, sedemikian sehingga panjang *FZ* = *r2.*
3. Kemudian dengan menghubungkan titik *P, Q*, dan *Z* kita dapat membentuk segitiga *QPZ*. Segitiga *QPZ* adalah suatu segitiga siku – siku dengan sudut siku – siku di *Z.* (Mengapa)

Berikut ini gambar setelah terbentuk segitiga *PQZ*.

 Z

 F *r2*

 *r1*

 P

 p

 *r2*

 Q

 I

Garis *ZQ* sejajardengan garis singgung *FI*

Setelah segitiga *PQZ* terbentuk, kita dapat menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan panjang *QZ*.

Jika perhitungan kalian benar, kalian akan mendapatkan bentuk berikut.

 *QZ* = $\sqrt{PQ2-(r1-r2)}$ 2

Seperti uraian sebelumnya, bahwa panjang *QZ* sama dengan *FI* sama dengan panjang garis singgung persekutuan dalam lingkaran *P* dan *Q*.

***Ayo Kita Menanya***

 Uraikan langkah – langkah menentukan jarak kedua titik singgung kedua lingkaran. Sebaiknya kalian mengingat kembali materi Pythagoras.

**Latihan 5**

1. Diketahui dua lingkaran berbeda dengan jarak antar pusatnya 10 cm. Jika panjang diameter lingkaran pertama adalah 8 cm, maka panjang diameter maksimal agar kedua lingkaran tersebut memiliki garis singgung persekutuan dalam adalah.......
2. Diketahui dua lingkaran berbeda. Jari – jari lingkaran pertama adalah 2,5 cm, sedangkan jari – jari lingkaran kedua adalah 4,5 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah 24 cm, maka jarak pusat kedua lingkaran adalah.....cm
3. Diketahui jarak antara pusat lingkaran *A* dan *B* adalah 15 cm. Lingkaran *A* dan *B* memiliki jari – jari berturut – turut 5 cm dan 4 cm. Tentukan :
4. Panjang garis singgung persekutuan dalamnya.(Jika ada)
5. Sketsa gambarnya (Lengkap dengan garis singgung persekutuan dalamnya, jika ada)
6. Diketahui jarak antara lingkaran E dan F adalah 5 cm. Lingkaran E dan F memiliki jari – jari berturut – turut 13 cm dan 4 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut. (Jika ada)
7. Diketahui selisih diameter lingkaran G dan H adalah 10 cm. Panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 20 cm. Sedangkan jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 25 cm. Tentukan :
8. Jari – jari kedua lingkaran tersebut.
9. Jarak kedua lingkaran.

**DAFTAR PUSTAKA**

Kemdikbud, 2017. *Matematika SMP Kelas VIII Edisi Revisi 2017*, Jakarta :

 Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemendikbud.