# **BAB II**

# **TINJAUAN PUSTAKA**

### **2.1 Konsep *Image***

Gambar *(image)* dapat didefinisikan sebagai suatu mental representasi yang memberi reaksi pada pengalaman dari pengamatan pada keberadaan dari stimulan visual dengan mata (Misu et al., 2020). Sfard menginterpretasikan konsep dan konsepsi serupa seperti pernyataan Tall dan Vinner (1981) menginterpretasikan concept definition dan concept image (Nurwahyu et al., 2016), yang menyatakan bahwa konsepsi sama seperti *concept image* merupakan representasi internal yang muncul dalam diri seseorang terhadap suatu konsep yang selanjutnya akan dibangun melalui pengalaman-pengalaman sebelumnya. Konsepsi-konsepsi tersebut yang saling terkait yang kemudian disebut sebagai *concept image*.

Gambar mental adalah gambar yang ada di dalam pikiran siswa yang dapat divisualisasikan dalam bentuk tabel, diagram atau pun simbol. Selanjutnya sifat yang terkait dengan konsep akan direpresentasikan melalui penggunaan rumus, prinsip, teorema bahkan karakteristik dari konsep tersebut. Sedangkan proses-proses yang terkait dengan konsep direpresentasikan dalam bentuk penggunaan operasi-operasi matematika yang digunakan. Namun pada kenyataannya, mayoritas guru dan buku teks yang ada tidak cukup jelas bahkan membingungkan siswa dalam memahami konsep matematika yang ada. Sehingga menimbulkan pertanyaan “bagaimana siswa diharapkan dapat memperoleh suatu konsep matematika” tetapi juga ”bagaimana siswa benar-benar memperoleh konsep tersebut”. Untuk memahami konsep matematika tersebut maka dinyatakan dalam representasi mental *(a mental representation)* yang bertujuan sebagai investigasi berpikir matematika. Yang kemudian didukung dengan penyataan Handscomb bahwa terdapat tiga representasi mental sesuai dengan pemahaman konsep, yaitu persepsi *(percepts)*, gambar *(images)*, dan konsep *(concepts)*. Seorang siswa sangat memungkinkan untuk berpikir dari gambar sebagai yang diproyeksikan pada matriks/acuan mental, tapi dalam hal ini data yang diproyeksikan sudah disimpan dalam pikiran.

Namun persepsi bisa saja salah untuk suatu gambar yang telah diamati, sebagai contoh halusinasi, mimpi dan semua dapat mengindikasikan bahwa gambar bisa salah untuk suatu persepsi, namun bukti-bukti eksperimental menunjukkan bahwa kebalikannya yang benar (Anwar et al., 2018).

David Tall juga mengatakan bahwa persepsi dalam belajar sebagai input dan aksi atau tindakan sebagai output untuk membangun pengetahuan matematika jangka panjang yang diproses di dalam otak sesorang (Maulida et al., 2018). Yang selanjutnya persepsi menjadi langkah awal siswa untuk menerima suatu konsep matematika baru maupun yang sebelumnya, dengan tujuan agar siswa dapat menerima konsep yang akan diberikan oleh guru secara berkala dan berbeda-beda tergantung dari interpretasi siswa terhadap konsep tersebut. Konsepsi merupakan kemampuan interpretasi seseorang terdahap suatu konsep, dimana kemampuan pembentukan konsepsi seorang individu dapat sesuai dengan konsep saintifik maupun dapat juga bertentangan. Konsepsi tersebut selanjutnya akan berubah menjadi *concept image.* Pemahaman konsep image setiap siswa pastilah berbeda-beda jika ditinjau dari gender.

#### **2.1.1 Definisi Konsep Image**

Menurut teori Tall dan Vinner menyebutkan bahwa *Concept image* adalah keseluruhan struktur kognisi yang terasosiasi dengan konsep, termasuk gambaran mental, sifat dan karakteristik, serta proses-proses yang terkait dengan konsep tersebut. Semakin kaya konsepsi yang dimiliki seseorang, maka semakin luas concept image yang dimiliki (Attorps, 2006, (Maulida et al., 2018). Bagi seorang pendidik, mengetahui konsep image siswa sangatlah penting untuk mengajar. Hal tersebut berguna tidak hanya untuk menambah pengetahuan guru dalam pemahaman yang lebih baik terhadap siswa, tetapi juga akan memberikan perbaikan dalam cara mengajar yang menyebabkan adanya kesalahan concept image, yang berarti bahwa peran guru sangat penting dalam proses belajar.

Bayangan konsep mempunyai 3 (tiga) peranan penting dalam proses berpikir siswa dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut, yaitu 1) membantu untuk mengembangkan konsep matematika para siswa, 2) sebagai metode efektif untuk membantu mempertahankan pengetahuan di dalam pikiran siswa, dan 3) sebagai kunci untuk membantu dalam menggunakan pengetahuan siswa (Nurwahyu et al., 2016).

Dalam (Misu et al., 2020) yang sejalan dengan pendapat Domingos menyatakan bahwa bayangan konsep yang dimiliki oleh setiap siswa terdiri atas 3 tingkatan, yaitu (1) tingkatan pemahaman embodied world dikategorikan sebagai bayangan konsep permulaan *(incipient concept image)*. (2*) Proceptual world*, disini individu-individu memulai menggunakan tindakan prosedural pada konsepsi-konsepsi dari dunia *embodied world,* seperti memanipulasi dengan menggunakan simbol-simbol sebagai suatu konsep yang utuh, sebagai proses untuk berbuat dan konsep untuk berpikir. Bayangan konsep yang dimiliki oleh siswa dengan tingkatan pemahaman proceptual world dikategorikan sebagai bayangan konsep instrumental *(instrumental concept image),* dan (3) *Formal world*, disini individu akrab dengan melakukan ekspresi definisi yang bersifat formal dan teori- teori aksiomatik yang berisi bukti-bukti formal dan deduksi, yang mengkaitkan konsep lain dan melakukan translasi dari satu bentuk representasi ke bentuk representasi yang lain. Selanjutnya, Domingos juga menyatakan bahwa bayangan konsep permulaan *(incipient concept image)* merupakan bayangan konsep yang langsung melakukan operasi terhadap maksud konsep yang dipahaminya secara sederhana yang mempunyai peluang untuk bisa menggunakan simbol-simbol.

Cara mengajar guru yang tidak baik dapat menyebabkan konsep image siswa jauh dari konsep pembelajaran saintifik. Hal ini menunjukkan bawa terdapat pengaruh cara mengajar guru terhadap konsepsi yang akan terbentuk pada siswa. Dapat disimpulkan bahwa apabila konsep image guru jauh dari konsep saintifik, maka akan berpengaruh pada performa guru ketika mengajar di kelas, serta akan menimbulkan konsep image siswa yang lebih jauh lagi dari konsep saintifik. Hal tersebut dikuatkan dengan pernyataan Deyfrus (dalam Attorps, 2006) yang menyatakan bahwa konsep matematika yang sama dapat dideskripsikan menggunakan representasi yang berbeda atau definisi yang berbeda yang menyebabkan adanya perbedaan konsep image yang dimiliki oleh siswa dan guru.

#### **2.1.2 Indikator Konsep Image**

Gambar dan konsep adalah dua cara pikiran menyimpan informasi matematika. Paivio mengemukakan teori *dual-code* yaitu representasi di simpan dalam dua format, yakni gambar visual dan konsep verbal (Handscomb, 2005). Konseptualisasi gambar *(conceptualization of an image)* adalah representasi konseptual tentang suatu gambar *(image)*. Konseptualisasi ini berisi satu atau lebih pernyataan dan pernyataan ini akan disimpulkan menjadi sifat-sifat. Suatu gambar *(image)* biasanya akan memiliki beberapa sifat- sifat, dan himpunan bagian dari sifat-sifat tersebut adalah konseptualisasi (Handscomb, 2006). Cara mendefinisikan suatu konsep, ada beberapa ahli berasumsi bahwa untuk memperoleh konsep berarti membentuk bayangan konsep *(concept image)* untuknya. Bila memahami suatu konsep berarti kami percaya, sehingga memiliki bayangan konsep. Oleh karena itu, bayangan konsep adalah suatu rangkaian daya mungkin mencakup beberapa ingatan tentang konstruksi beberapa rangkaian daya tersebut. Sedangkan bayangan konsep adalah sesuatu yang non-verbal yang terkait dalam pikiran seseorang.

Untuk itu terdapat tiga skenario dapat terjadi dalam pembentukan konsep image pada pembelajaran transformasi geometri:

1. Bayangan konsep dapat diubah untuk memasukkan sistem yang titik koordinatnya tidak membentuk titik bayangan. (Ini adalah rekonstruksi atau akomodasi yang memuaskan).
2. Bayangan konsep dapat tetap apa adanya. Sel definisi akan berisi definisi guru untuk sementara waktu, tetapi definisi ini akan dilupakan atau terdistorsi setelah waktu yang singkat, dan ketika siswa akan diminta untuk mendefinisikan titik koordinat bayangan dia akan berbicara tentang titik koordinat semula. (Dalam hal ini definisi formal belum berasimilasi).
3. Kedua sel akan tetap apa adanya. Saat siswa diminta untuk mendefinisikan titik koordinat bayangan yang terbentuk, ia akan mengulangi definisi gurunya, tetapi dalam semua situasi lain ia akan menganggap bahwa titik koordinat bayangan sebagai konfigurasi dari titik koordinat awal.

Selanjutnya bayangan konsep yang akan ditelusuri ada lima yaitu*: mini-concept definition, alternative definition atau vague conception, naive definition, queer meaning or explanation, visual image,* dan *interpretasi didasarkan sifat-sifat atau proses-proses yang terkait dengan penggunaannya* pada konsep transformasi.

1. *Mini-Concept Definition* adalah jawaban siswa dalam mengungkapkan konsep image dalam bentuk *mini-concept definition.* Sebuah konsep sederhana yang dapat ditangkap dan dipahami oleh siswa sebelum memasuki definisi yang sebenarnya. Dalam *mini-concept definition,* siswa mendeskripsikan materi menurut pemahaman yang telah ia pelajari sebelumnya.
2. *Alternative Definition atau Vague Conception* adalah jawaban siswa dalam mengungkapkan konsep image dalam bentuk *alternative definition atau vague conception* (sebuah konsep yang masih samar atau belum pasti). *Alternative definition atau vague conception* adalah konsep yang masih samara tau belum jelas kebenarannya yang terbentuk dari bayangan pemahaman siswa itu sendiri yang di peroleh dari penginterpretasian gambar yang ia dapat.
3. *Naive Definition* adalah jawaban siswa dalam mengungkapkan konsep image dalam bentuk *naïve definition.* *Naïve Definition* adalah sebuah jawaban yang belum akurat atau belum dapat dipertanggung jawabkan hasilnya.
4. *Queer Meaning or Explanation* adalah jawaban siswa dalam mengungkapkan konsep image dalam bentuk *queer meaning or explanation.* Artinya jawaban yang diberikan siswa masih tidak logis atau tidak masuk akal. Hal ini terjadi karena konsep yang terbentuk masih kabur atau belum jelas.
5. *Visual Image* adalah jawaban siswa dalam mengungkapkan konsep image dalam bentuk visual. *Visual image* adalah suatu bentuk pemahaman yang dilakukan siswa yang ditangkap melalui sebuah deskripsi gambar.
6. *Interpretasi didasarkan sifat-sifat atau proses-proses yang terkait dengan penggunaannya* adalah suatu penafsiran dengan melihat sifat-sifat tertentu dari sebuah objek atau gambar yang ada. Kemudian membuat suatu kesimpulan dari pemahaman yang berhubungan dengan sifat-sifat tersebut.

Berdasarkan penjelasan dari definisi masing-masing indicator konsep image di atas yang sesuai dalam (Misu et al., 2020), peneliti akan menggunakan definisi tersebut sebagai indicator dalam penelitian ini. Peneliti menggunakan indicator yang pertama *mini-concept definition,* karena merupakan hal mendasar yang sangat diperhatikan dalam konsep image siswa.Kedua*,* peneliti mengggabungkan indicator antara *alternative definition atau vague conception* dengan *naive definition,* karena kedua indicator tersebut memiliki persamaan definisi yaitu terbentuknya definisi yang masih samara tau belum jelas. Ketiga, peneliti menggunakan indicator *queer meaning or explanation* yaitu untuk menunjukkan jawaban maupun alasan siswa masih belum logis karena masih terbentuk secara mandiri. Keempat, *visual image* indicator selanjutnya yang digunakan oleh peneliti karena dalam *visual image* siswa sudah mulai menunjukkan kemampuan dalam membaca dan mengartikan gambardan indicator terakhir yang digunakan peneliti adalah *interpretasi didasarkan sifat-sifat atau proses-proses yang terkait dengan penggunaannya,* yang merupakan lanjutan dari indicator *visual image,* setelah membaca dan mengartikan gambar siswa diharapkan untuk meinterpretasikan sifat-sifat atau proses-proses yang terkait dengan materi yang diberikan sebagai Langkah awal dalam mengkonstruksi bukti.

### **2.2 Mengkonstruksi Bukti**

Bukti merupakan fitur penting dalam matematika dan berperan sebagai komponen kunci dalam Pendidikan matematika, bagain fundamental dari proses berpikir matematis (Anwar et al., 2018). Bukti merupakan hal terpenting dalam memahami matematika secara jelas dan efektif. Dan memahami sebagai aspek dasar dalam Pendidikan disadari sebagai tujuan penting dari semua proses belajar dan pembelajaran matematika dalam Pendidikan matematika.

Bukti dalam matematika merupakan kumpulan argumen logis sehingga mampu menjelaskan kebenaran suatu pernyataan matematika. Argumen-argumen tersebut berasal dari premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lainnya, definisi-definisi, sehingga pada akhirnya membutktikan teori-teori yang berasal dalam postulat tersebut. Sedangkan logis adalah semua tahapan pada setiap argument yang selanjutnya akan dijustifikasi oleh tahap sebelumnya. Verifikasi dan pembenaran merupakan peran utama dalam pembuktian matematika, namun dalam pendidikan matematika, pembuktian hanya digunakan untuk penjelasan saja. Menurut Selden dan Selden kemampuan pembuktian matematis terdiri dari : (1) kemampuan mengkonstruksi bukti dan (2) kemampuan memvalidasi bukti (Septiati, 2021). Sedangkan menurut Moore, siswa hanya akan mendapatkan sedikit pelajaran tentang matematika lanjut *(advanced mathematics)*. Hal tersebut terjadi apabila siswa bertindak pasif artinya mereka tidak belajar dan mencoba sendiri di rumah tentang konsep dan bukti matematika, mereka hanya menerima pembelajaran searah dari guru saja, hanya menuliskan bukti yang diberikan oleh guru.

Namun pada kenyataannya, bukti sulit untuk diajarkan dan dipelajari. Seorang siswa yang belajar pembuktian matematika, mereka menemui banyak kesulitan dalam menyelesaikan masalah terkait pembuktian suatu pernyataan matematis. Penelitian yang yang dilakukan oleh Moore (1994) menyimpulkan bahwa ada beberapa factor yang menyebabkan siswa kesulitan untuk mengonstruksi suatu bukti yakni ketidakmampuan siswa dalam menyatakan definisi, konsep image yang tidak tepat, ketidakmampuan dalam menggunakan definsi untuk menginstruksi bukti, tidak kompeten dalam memahami bahasa matematis dan simbol.

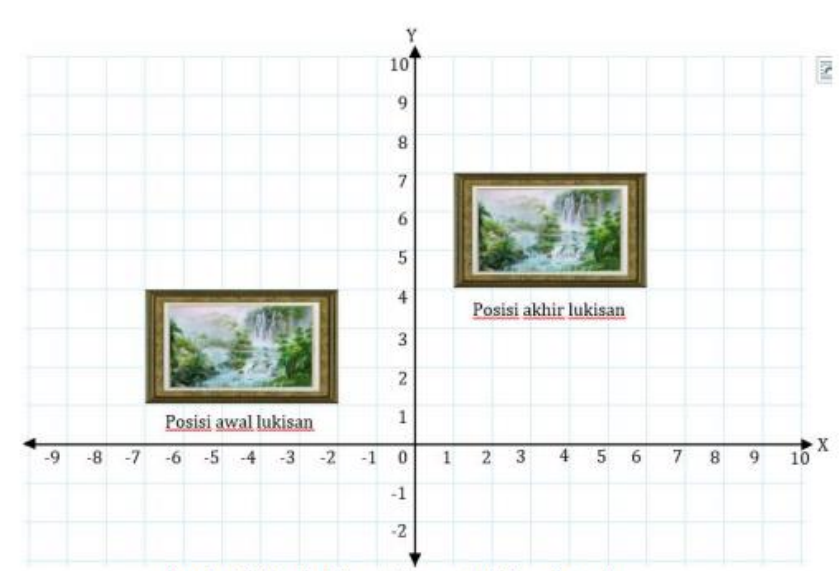
#### **2.2.1 Definisi dan Konsep Mengkonstruski Bukti**

Pemahaman mengenai definisi formal sampai pada pembuktian serta sifat- sifatnya merupakan tantangan tersendiri bagi seorang siswa. Salah mengartikan konsep dapat menyulitkan dalam masalah pembuktian. Siswa mengatakan bahwa mereka dapat memahami bukti yang diberikan guru di depan kelas, namun ketika diminta melakukannya di rumah, mereka mengalami kesulitan untuk membuktikan sendiri (Septiati, 2021). Padahal peran pembuktian dalam kurikulum pembelajaran matematika merupakan kunci utama untuk menunjukkan tingkat pemahaman matematis.

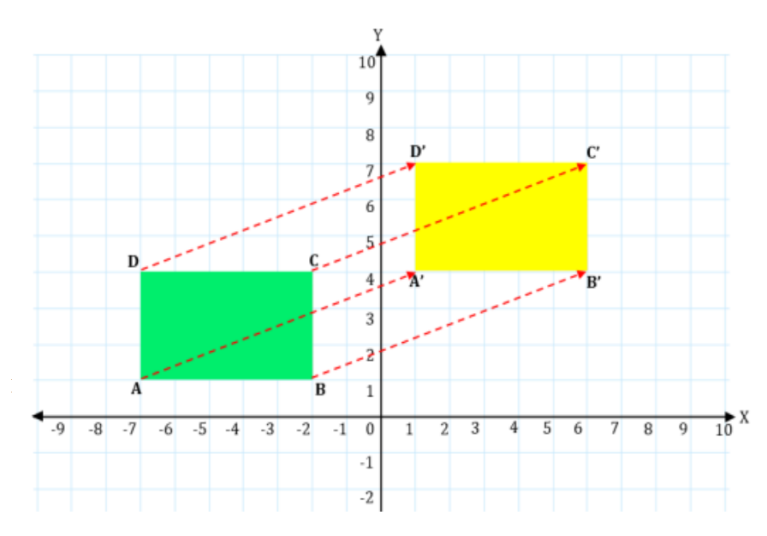
Kemampuan mengkonstruksi bukti adalah kemampuan siswa dalam menyusun suatu bukti dari berbagai pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema yang ada, serta mampu menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap baik pembuktian langsung maupun tak langsung. Kemampuan mengkonstruksi bukti meliputi kemampuan mengidentifikasi premis serta implikasinya dan kondisi yang mendukung; kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta yang ada untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan; kemampuan membuat koneksi antara fakta dengan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan (Sumarmo, 2003).

Terdapat beberapa prinsip konseptualisasi gambar digunakan sebagai alat untuk mengeksplorasi proses berpikir siswa dalam membuktikan suatu proposisi geometris. Proses konseptualisasi suatu subjek yang berhasil membuktikan suatu proposisi dipilih untuk memberikan suatu ilustrasi proses konseptualisasi yang terjadi pada saat membuktikan sutu proposisi. Dengan mengetahui proses berpikir siswa, guru dapat melacak letak dan jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam proses pembuktian. Pengertian atau definisi bukti matematis bergantung pada konteksnya.

Teori *dual-code* yang dikemukakan oleh Paivio (Handscomb, 2006) menyatakan bahwa representasi di simpan dalam dua format, yakni gambar visual dan konsep verbal. Konseptualisasi gambar *(conceptualization of an image)* adalah representasi konseptual tentang suatu gambar *(image)* (Handscomb, 2006). Konseptualisasi ini berisi satu atau lebih pernyataan dan pernyataan ini akan disimpulkan menjadi sifat-sifat. Suatu gambar *(image)* biasanya akan memiliki beberapa sifat-sifat, dan himpunan bagian dari sifat-sifat tersebut adalah konseptualisasi. Sebagai ilustrasi: sebuah lukisan yang dipandang sebagai persegi panjang mempunyai empat sisi karena lukisan adalah persegi panjang dan fakta bahwa persegi panjang mengharuskan bahwa dia memiliki empat sisi; “empat sisi” merupakan sifat utama. Dilain pihak, lukisan yang dipandang sebagai suatu persegi Panjang yang kebetulan berwarna coklat karena “warna coklat” bukan sifat yang mengikuti fakta bahwa itu merupakan persegi panjang. Dalam hal ini, gambarnya *(image)* adalah lukisan dan konsepnya adalah “persegi panjang.” Konseptualisasi dalam perspektif lain adalah apa yang dikemukakan oleh Godfrey (dalam Handscomb, 2006) yakni *“geometrical ‘eye’”*. Dia merujuk pada perkembangan siswa bahwa kekuatan dari sifat penglihatan geometris adalah mengurai/melepaskan sifat-sifat tersebut dari gambarnya. Konseptualisasi posisi awal lukisan dari suatu gambar posisi akhir lukisan ditunjukkan pada Gambar 4. Pada gambar ini terlihat bahwa terjadi perubahan posisi lukisan yang direpresentasikan pada gambar, posisi akhir lukisan yang atas mewakili representasi konseptualisasi (K), garis putus-putus mewakili pembentukan konseptualisasi, sehingga akan muncul posisi lukisan setelah dilakukan pergeseran, mewakili proses deduksi/menyimpulkan.



# Gambar 2.1 Konseptualisasi



# Gambar 2.2 Prinsip Konseptualisasi

Ada dua sudut pandang tentang bukti matematis, yakni dalam konteks formal dan praktis. Dalam konteks formal, bukti matematis dipandang sebagai serangkaian pernyataan matematis dalam bentuk aksioma deduktif logis yang mengikuti pernyataan sebelumnya. Sedangkan dalam konteks praktis, bukti matematis didefinisikan sebagai argument matematis yang bersifat persuasive yang meyakinkan pengetahuan orang lain tentang sebuah kebenaran dari pernyataan matematis. Dalam konteks matematika sekolah, bukti matematis didefinisikan sebagai argument matematis yang merupakan rangkaian pernyataan yang mendukung atau menyangkal sebuah klaim yang memiliki tiga karakteristik. Karakteristik pertama adalah bukti sebagai kumpulan pernyataan yang diterima kebenarannya seperti teorema, aksioma dan definisi. Karakteristik kedua adalah mode argumentasi yang meliputi aturan- aturan inferensi logis *(syllogism, universal instantiation)*, bukti langsung, bukti tak langsung/kontradiksi. Karakteristik yang terakhir adalah mode representasi argumentasi seperti naratif, diagramatik, simbolik.

Tall berpendapat bahwa pembuktian Euclid pada transormasi geomteri merupakan langkah awal yang bagus untuk mengembangkan ketelitian bukti logis. Tall dalam artikel lainnya menyatakaan bahwa bukti euclid biasa dipandang sebagai suatu bukti generic verbal yang berlaku untuk seluruh gambar transformasi geometris yang memiliki sifat yang diberikan. Pada kebanyakan masalah bukti geometris, premis biasanya diberikan dalam bentuk verbal atau informasi simbolis bersama dengan gambar geometrisnya. Dengan kata lain, bentuk dari masalah/problem di pembuktian transformasi geometri biasanya berbentuk “Diberikan titik koordinat A atau gambar A, tunjukkan bahwa titik A’ dan hasil bayangan gambar A’, dimana makna gambar atau titik dari A dan A’ tertanam didalamnya. Dengan demikian, tujuan dari proses pembuktian adalah mengkonstrukci serangkain pernyataan/argument dari A ke A’ yang didukung penalaran deduktif. Oleh karena itu, proses mental dalam mengonstruksi bukti harus menintegrasikan dua macam informas yaitu informasi visual dan informasi konseptual yang merepresentasikan premis yang sudah diberikan secara eksplisit.

#### **2.2.2 Indikator Mengkonstruksi Bukti**

Dalam (Mujib, 2021) mengemukakan gagasan/ide yang termuat dalam bukti tersebut baik secara lisan maupun tulisan dengan menggunakan bahasanya sendiri dan memahaminya apa yang termuat dalam bukti matematis tersebut (Suryana, 2015). Indicator membaca bukti sebagai berikut:

1. Kemampuan menerapkan tahapan-tahapan pembuktian pernyataan ke dalam pernyataan lain yang serupa;
2. Kemampuan menggunakan definisi sebagai acuan dalam memberikan alasan terkait langkah pembuktian yang benar atau perbaikan terkait simbol, narasi, premis jika tahapan bukti kurang tepat;
3. Membuat suatu hipotesis (konjektur) berdasarkan pola dan sifat dari beberapa pernyataan dan membuktikan konjektur yang diperoleh tersebut secara deduktif.

Sedangkan indikator kemampuan mengkonstruksi suatu bukti (Mujib, 2021) yaitu:

1. Kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta-fakta, serta mengurutkan langkah-langkah bukti yang diberikan untuk konstruksi bukti yang valid;
2. Kemampuan yang membuat kaitan antara fakta-fakta yang diketahui dalam pernyataan dengan unsur-unsur yang hendak dibuktikan;
3. Kemampuan menggunakan premis, definisi, atau teorema-teorema yang terkait pernyataan untuk membangun suatu pembuktian.

#### **2.2.3 Pemahaman Bukti Transformasi Geometri**

Dalam tulisan Miyazaki, Fujita and Jones (Miyazaki et al., 2017) menyatakan bahwa ada tiga aspek penting dalam bukti dan pembuktian meliputi pemahaman bukti sebagai sebuah struktur objek, melihat bukti sebagai sebuah proses intellectual dan pemahaman akan peran dan makna bukti dan pembuktian. Dengan memandang sebuah bukti sebagai suatu struktur objek memungkinkan seseorang untuk mengetahui komponen-komponen dari bukti dan hubungan diantara mereka, bagaiman komponen tersebut membentuk bukti dan bagaimana struktur ini dibutuhkan. Dalam konteks bukti geometris transformasi, struktur bukti dilihat sebagai jaringan, network, proposisi singular dan universal antara premis dan kesimpulan yang dihubungkan oleh penalaran logis *universal instantiation* dan *hypothetical syllogism* (Miyazaki et al., 2017). Proposisi universal dalan konteks ini meliputi aksioma, teorema dan definisi yang digunakan untuk mendukung penarikan kesimpulan/klaim. Singular proposisi dalam hal ini merupakan pernyataan-pernyatan yang terbentuk dalam proses konstruksi bukti.

Miyazaki, Fujita and Jones juga mengemukakan bahwa ada tiga level pemahaman struktur bukti, yakni level pra-struktural, level parsial-struktural dan level holistik-struktural. Pada level pra-struktural, siswa memandang sebuah bukti sebagai kumpulan objek simbolis tanpa makna. Siswa gagal untuk mengidentifikasi komponen-komponen bukti seperti singular proposisi, universal proposisi, premis, kesimpulan serta penghubung antar komponen-komponen tersebut seperti *universal instantiation* dan *hypothetical syllogism*. Ketika siswa sudah mulai mengenal komponen struktur bukti, maka level pemahaman mereka berada di sublevel parsial-struktural elemental. Namun, mengetahui komponen saja tidak cukup untuk memahami struktur bukti. Siswa butuk untuk mengetahui penalaran deduktif seperti *hypothetical syllogism* dan *universal instantiation* sebagai alasan pendukung untuk menyimpulkan premis. Pada sub-level partial-struktural relasional, siswa sudah mengerti *hypothetical syllogism* dan universal instantiation dan mampu menggunakan teorema, aksioma atau definisi sebagai alasan pendukung, tetapi mereka mengkonstruksi atau menerima bukti yang memuat *‘logical circularity’*. Disisi yang lain, mereka memahami silogisme tetapi tidak memahami universal instantiation yang bias disimpulkan. Pada level ketiga, holistic-struktural, siswa memahami komponen, hubungan antar mereka dan bagaimana menghubungkan mereka. Kemudian, mereka mampu mengonstruksi bukti dan sadar akan hubungan hirarkis antara teorema dan konstruksi bukti mereka.

Dalam mengonstruksi bukti geometris transformasi formal, siswa atau penyusun bukti membutuhkan beberapa kemampuan khusus, meliputi kemampuan konseptualisasi global, konseptualisasi local, deduksi local dan deduksi global (Handscomb, 2006). Konseptualisasi global terkait dengan kemampuan dalam mengaitkan sifat-sifat dengan suatu gambar/bangun geometris. Hasil dari global konseptualisasi bisa diarahkan pada sifat umum. Kemampuan konseptualisasi local terkait pemahaman akan hubungan anatar komponen-komponen gambar, seperti sifat-sifat yang memiliki empat sisi sama besar dan empat sudut yang sama besar mungkin bisa dikonseptualisasikan dari suatu gambar persegi. Kemampuan deduksi local terkait dengan penarikan kesimpulan dari satu konseptualisasi ke konseptualisasi yang lain. Lokal konseptualisasi bisa berwujud definisi, eliminasi, deduksi aljabar, dan proposisi (hasil dari deduksi global sebelumnya). Sedangkan kemampuan deduksi global terkait dengan kemampuan dalam membuktikan proposis geometris. Dalam hal ini, ketika deduksi lokal-deduksi lokal dirangkai berdasarkan rencana strategi, maka hasilnya disebut konseptualisasi global.

Berdasarkan pemaparan mengenai konstruksi bukti di atas yang sesuai dalam (Mujib, 2021) dan (Miyazaki et al., 2017), peneliti menggunakan tiga level pemahaman struktur bukti dan indicator tertentu yakni level pra-struktural dengan indicator yang digunakan adalah kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta-fakta, serta mengurutkan langkah-langkah bukti yang diberikan untuk konstruksi bukti yang valid, level parsial-struktural dengan indicator yang digunakan yaitu kemampuan yang membuat kaitan antara fakta-fakta yang diketahui dalam pernyataan dengan unsur-unsur yang hendak dibuktikan. Tahap akhir dalam mengkonstruksi bukti adalah level holistik-struktural dengan indicator yang digunakan adalah kemampuan menggunakan premis, definisi, atau teorema-teorema yang terkait pernyataan untuk membangun suatu pembuktian.

### **2.3 Komunikasi Matematis Siswa**

Pentingnya kemampuan komunikasi matematis perlu dibangun dalam diri siswa agar dapat (Iv et al., 2012):

* Memodelkan situasi dengan lisan, tertulis, gambar, grafik, dan secara aljabar,
* Merefleksikan dan mengklarifikasi dalam berpikir mengenai gagasan matematis dalam berbagai situasi,
* Mengembangkan pemahaman terhadap gagasan-gagasan matematis termasuk peranan definisi-definisi dalam matematika,
* Menggunakan keterampilan membaca, mendengar, dan menulis untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi gagasan matematis,
* Mengkaji gagasan matematis melalui konjektur dan alasan yang meyakinkan, dan
* Memahami nilai dari notasi dan peran matematika dalam pengembangan gagasan matematika

Pentingnya memiliki kemampuan komunikasi matematik dikemukakan oleh (Laila & Harefa, 2021)dengan rasional: a) Matematika adalah bahasa esensial yang tidak hanya sebagai alat berpikir, menemukan rumus, menyelesaikan masalah, atau menyimpulkan saja, namun matematika juga memiliki nilai yang tak terbatas untuk menyatakan beragam idea secara jelas, teliti dan tepat. b) Matematika dan belajar matematika adalah jantungnya kegiatan sosial manusia, misalnya dalam pembelajaran matematika interaksi antara guru dan siswa, antara siswa dan siswa, antara bahan pembelajaran matematika dan siswa dalah faktor-faktor penting dalam memajukan potensi siswa.

Sedangkan kemampuan komunikasi matematika juga dapat membantu menghasilkan model matematika yang diperlukan dalam pemecahan masalah baik dalam berbagai ilmu pengetahuan maupun dalam kehidupan sehari-hari (Deswita & Kusumah, 2018). Artinya, jika seorang siswa tidak mampu mengkomunikasikan gagasan/ide yang ia miliki dalam bentuk ekspresi matematika untuk memperjelas suatu masalah, maka akan menyulitkan peserta didik tersebut untuk memecahkan masalah.

Dapat disimpulkan bahwa komunikasi merupakan wahana atau sarana untuk mengungkapkan perasaan, gagasan, penemuannya pada orang lain saat berinteraksi. Jadi komunikasi adalah proses penyampaian dan penerimaan informasi antara dua orang atau lebih baik secara lisan atau tulisan.

#### **2.3.1 Defenisi Komunikasi Matematis Siswa**

Kemampuan komunikasi matematika dapat membantu menghasilkan model matematika yang diperlukan dalam pemecahan masalah baik dalam berbagai ilmu pengetahuan maupun dalam kehidupan sehari-hari (Deswita & Kusumah, 2018). Artinya, jika seorang peserta didik tidak mampu mengkomunikasikan gagasan/ide dalam bentuk ekspresi matematika untuk memperjelas suatu masalah, maka akan menyulitkan peserta didik tersebut untuk memecahkan masalah. Kemampuan komunikasi matematika tidak hanya sebagai alat berpikir, menemukan rumus, menyelesaikan masalah saja melainkan sebagai alat pemecahan masalah dalam berbagai ilmu pengetahuan maupun kehidupan sehari-hari.

Komunikasi matematika adalah proses penyampaian ide dan pengetahuan baik secara tertulis ataupun lisan. Hal ini selaras dengan pernyataan bahwa komunikasi matematis adalah cara untuk menyampaikan ide - ide pemecahan masalah, strategi maupun solusi matematika baik secara tertulis ataupun lisan. Komunikasi matematis diartikan sebagai peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan dan pesan yang dialihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari pada saat itu Komunikasi matematis merupakan suatu kemampuan siswa dalam menyampaikan sesuatu yang diketahuinya melalui peristiwa dialog atau yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan. Komunikasi matematis merupakan suatu kemampuan siswa dalam menyampaikan sesuatu yang diketahuinya melalui peristiwa dialog atau yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan.

Menurut (Dimyati, 2020) menyatakan bahwa kemampuan komunikasi matematis adalah kemampuan menyatakan dan mengilustrasikan ide matematika ke dalam bentuk model matematika yaitu bentuk persamaan, notasi, gambar, dan grafik atau sebaliknya. Kemampuan komunikasi matematis diperlukan untuk memahami ide atau gagasan matematika secara benar. Pentingnya kemampuan komunikasi dalam pembelajaran matematika disampaikan NCTM dalam (Deswita & Kusumah, 2018) bahwa pembelajaran matematika yang baik harus menekankan siswa untuk: (1) mengatur dan mengaitkan mathematical thinking melalui komunikasi, (2) mengkomunikasikan dan menilai mathematical thinking secara tersusun logis dan jelas kepada guru dan teman-temannya, (3) menganalisis dan menilai matematika dan strategi yang dipakai orang lain, (4) menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar. Kemampuan komunikasi matematis sangat penting untuk ditingkatkan bagi siswa agar siswa dapat mengorganisasikan berpikir matematisnya baik secara lisan maupun tulisan. Sehingga dapat menyatakan dan mengilustrasikan ide matematika kedalam berbagai model matemtika yang ada.

#### **2.3.2 Indikator Komunikasi Matematis Siswa**

Adapun indikator pada kemampuan komunikasi dalam yang dikemukan oleh Sumarmo (Dewi et al., 2020), antara lain:

* Menyatakan benda-benda nyata, situasi dan peristiwa sehari-hari ke dalam bentuk model matematika (gambar, tabel, diagram, grafik, aljabar).
* Menjelaskan ide dan model matematika (gambar, tabel, diagram, grafik, aljabar) ke dalam bahasa biasa.
* menjelaskan serta membuat pertanyaan matematika yang dipelajari.
* Mendengar, menulis kemudian berdiskusi tentang matematika.
* Membaca dengan pemahaman suatu prestasi tertulis.
* Membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi.

Matematika bukan hanya pelajaran tentang hitung menghitung seperti aljabar dan aritmatika, tetapi matematika juga sebuah pelajaran untuk mengembangkan kemampuan penalaran, pemecahan masalah, dan kemampuan komunikasi. Indikator-indikator dari komunikasi matematis menurut Ontario Ministry of Education dalam penelitian Sukoco dan Mahmudi tahun 2016 (Fitriani, 2019) yaitu:

* mengekspresikan dan mengorganisasikan ide-ide dan berpikir secara matematis (kejelasan ekspresi, orgasisasi logis), menggunakan bahasa lisan, visual, dan bentuk tertulis (misalkan gambar, grafik, hitungan, bentuk aljabar; materi-materi dalam bentuk konkret),
* komunikasi untuk audiensi yang berbeda (misalkan siswa lain, guru dan tujuan (misalkan menampilkan data, membenarkan penyelesaian, dan mengungkapkan pendapat secara matematis) secara lisan,visual, dan tertulis, dan
* menggunakan konvensi, kosakata, dan istilah dari matematika (misalkan istilah, simbol) secara lisan, visual, dan tertulis.

Dalam (Nugraha & Pujiastuti, 2019) menyebutkan indikator untuk mengukur kemampuan komunikasi matematis siswa terbagi dalam tiga kelompok, yaitu: 1) menggambar/drawing, yaitu merefleksikan benda-benda nyata, gambar dan diagram ke dalam ide-ide matematika. Atau sebaliknya, dari ide-ide matematika ke dalam bentuk gambar atau diagram, 2) ekspresi matematika/mathematical expression, yaitu mengekspresikan konsep matematika dengan menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika, dan 3) menulis/written texts, yaitu memberikan jawaban dengan menggunakan bahasa sendiri, membuat model situasi atau persoalan menggunakan bahasa lisan, tulisan, grafik, dan aljabar, menjelaskan, dan membuat pertanyaan tentang matematika yang telah dipelajari, mendengarkan, mendiskusikan, dan menulis tentang matematika, membuat konjektur, menyusun argumen, dan generalisasi.

Sejalan dengan hal tersebut, Narussalam (2015) juga mengungkapkan indicator-indikator kemampuan komunikasi matematis siswa, sebagai berikut:

* + - 1. kemampuan memberikan alasan rasional terhadap suatu pernyataan. Siswa yang berpikir rasional akan menggunakan prinsip-prinsip dalam menjawab pertanyaan, bagaimana *(how)* dan mengapa *(why)*. Dalam berpikir rasional, siswa dituntut supaya menggunakan logika untuk menganalisis, menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.
      2. Kemampuan mengubah bentuk uraian kedalam model matematika. Model matemayika merupakan abstraksi suatu masalah nyata berdasarkan asumsi tertentu kedalam symbol-simbol matematika. Kemampuan mengubah bentuk uraian kedalam model matematika tersebut misalnya mampu untuk menyatakan suatu soal uraian kedalam gambar-gambar atau sebaliknya, menggunakan rumus matematika dengan tepat da;am menyelesaikan masalah dan memberikan permisalan atau asumsi masalah kedalam symbol-simbol.
      3. Kemampuan mengilustrasikan ide-ide matematika dalam bentuk uraian yang relevan. Kemampuan mengilustrasikan ide-ide matematika dalam bentuk uraian yang relevan atau dari gambar dalam bentuk uraian ini berupa kemampuan menyampaikan ide-ide atau gagasan dan pikiran untuk menyampaikan masalah dalam kata-kata, symbol, table atau grafik, menterjemahkan maskud dari suatu soal matematika dan mampu menjelaskan maksud dari gambar secara tulisan maupun lisan.

Kemampuan komunikasi matematis sangat penting untuk ditingkatkan bagi siswa agar siswa dapat mengorganisasikan berpikir matematisnya baik secara lisan maupun tulisan. Sehingga dapat menyatakan dan mengilustrasikan ide matematika kedala berbagai model matemtika yang ada. Dikatakan siswa memiliki kemampuan matematis yang baik apabila mereka mampu secara lisan maupun tulisan mengkomunikasikan gagasan atau ide-ide matematika yang dinyatakan dengan simbol, tabel, grafik atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

Berdasarkan uraian di atas, berkaitan dengan kemampuan komunikasi matematis, Adapun indicator kemampuan komunikasi matematis yang digunakan dalam penelitian ini untuk memaparkan data dan pembahasan hasil penelitian adalah sebagai berikut:

1. Memahami dan menemukan ide matematis dalam mencari solusi soal serta memberikan alasan rasional terhadap suatu pernyataan.
2. Mengubah bentuk uraian maupun gambar kedalam model matematika serta mengkomunikasikan hasil pekerjaan secara logis melalui bahasa matematika.
3. Menggunakan istilah dan symbol matematika dengan tepat sehingga mampu mengilustrasikan ide-ide matematika tersebut dalam bentuk gambar, table, grafik, serta symbol melalui tulisan yang relevan.
4. Membuat konjektur yaitu berupa menyusun argument sehingga mampu merumuskan definisi serta membuat generalisasinya.

Berdasarkan beberapa idikator komunikasi matematis di atas, sangat relevan dengan kompetensi dasar yang ada dalam materi geometri transformasi, dalam hal tersebut, siswa harus memapu mengekspresikan ide-ide matematikanya dalam menentukan kesimpulan dari geomteri transformasi. Tidak hanya itu saja, siswa harus mampu membuat, menuliskan dalam bentuk kalimat atau pernyataan matematika, yang artinya dari kalimat atau pernyataan matematika itu siswa akan dengan mudah menentukan solusi dari permasalahan yang berkaitan dengan geometri transformasi.

Komunikasi matematis penting untuk dikembangkan karena dapat melatih pemahaman konsep *image* siswa, pemikiran, keterampilan dalam memecahkan persoalan serta menentukan Langkah penting dalam melakukan pengkonstruksian butki matematis. Untuk itu, perlu kita teliti lebih jauh lagi bagaiamana keterkaitan antara komunikasi matematis dengan pemanfaatan konsep image siswa dalam mengkontruksi yang dibedakan berdasarkan gender. Dapat dilihat keterkaitan komuniaksi matematis pada bagan berikut:

Konsep *Image* Siswa

Komunikasi matematis

Mengubah bentuk uraian maupun gambar kedalam model matematika

Memahami dan menemukan ide matematis dalam mencari solusi soal

Menggunakan istilah dan symbol matematika

menyusun argument, merumuskan definisi

Bagan Keterkaitan Konsep *Image* dengan komunikasi matematis

Dari bagan di atas dapat kita lihat bahwa pemanfaatan konsep *image* siswa sangat berkaitan dengan kemampuan komunikasi matematis. Dalam kemampuan komunikasi matematis sangatlah diperlukan pemahaman konsep *image,* komunikasi matematis menuntut siswa untuk dapat memahami ide dari permasalahan yang diberikan berdasarkan konsep atau teorema. Komunikasi matematis mengubah suatu pernyataan menjadi sebuah gambar/grafik dengan mengunakan istilah/symbol dalam matematika terkait. Dan pemanfaatan konsep *image* siswa juga dapat membantu dalam menyusun argument, serta membuat konjektur dari permasalahan yang diberikan.

### **2.4 Gender**

Banyak faktor yang perlu diperhatikan dalam mempelajari matematika, diantaranya adalah faktor kesiapan siswa (Nugraha & Pujiastuti, 2019). Psikologi siswa merupakan bagian dari kesiapan siswa, dan psikiologi belajar siswa dipengaruhi oleh psikiologi siswa itu sendiri. Perbedaan jenis kelamin siswa (gender) dapat mengakibatkan perbedaan psikiologi belajar siswa. Sehingga siswa laki-laki dan perempuan tentu memiliki banyak perbedaan dalam mempelajari matematika. Menurut Susento perbedaan gender bukan hanya berakibat pada perbedaan kemampuan dalam matematika, tetapi cara memperoleh pengetahuan matematika. Keitel (1998) menyatakan *“Gender, social, and cultural dimensions are very powerfully interacting in conceptualization of mathematics education...”.* Berdasarkan pendapat Keitel bahwa gender, sosial dan budaya berpengaruh pada pembelajaran matematika. Brandon menyatakan bahwa perbedaan gender berpengaruh dalam pembelajaran matematika terjadi selama usia Sekolah Dasar. Yoeanto (2002) menjelaskan bahwa siswa laki-laki lebih tertarik dalam pelajaran matematika dibandingkan dengan siswa perempuan, sehingga siswa perempuan lebih mudah cemas dalam menghadapi matematika dibandingkan dengan siswa laki-laki. Oleh karena itu aspek gender perlu menjadi perhatian khusus dalam pembelajaran matematika. Dengan kata lain perubahan proses pembelajaran matematika yang menyenangkan memperhatikan aspek perbedaan jenis kelamin sehingga siswa laki-laki dan perempuan tidak lagi takut atau cemas dalam pelajaran matematika

Perbedaan gender bukan hanya berakibat pada perbedaan kemampuan dalam matematika, tetapi cara memperoleh pengetahuan matematika juga terkait dengan perbedaan gender (Davita & Pujiastuti, 2020). Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh faktor gender (pengaruh perbedaan laki-laki dan perempuan) dalam matematika adalah karena adanya perbedaan biologis dalam otak anak laki-laki dan perempuan yang diketahui melalui observasi, bahwa anak perempuan secara umum lebih unggul dalam bidang bahasa dan menulis, sedangkan anak laki-laki lebih unggul dalam bidang matematika karena kemampuan–kemampuan ruangnya yang lebih baik. Dapat disimpilkan bahwa hasil belajar yang diakibatkan oleh perbedaan gender adalah hasil bias gender di rumah dan lingkungan sekolah. Meskipun laki-laki dan perempuan memiliki karakteristik yang berbeda, tetapi guru harus memberikan siswa kesempatan dan dorongan yang sama dalam pembelajaran, sehingga siswa tidak merasa dibedakan dalam proses pembelajaran.

Menurut Amir berdasarkan penelitian psikologis menunjukkan terdapat perbedaan kemampuan matematika siswa dari aspek gender (Babys, 2020). Perbedaanya terletak dari bagaimana cara siswa laki-laki dan siswa perempuan dalam menyelesaikan soal, dalam hal ini kemampuan penyelesaian soal spatial. Dengan demikian terdapat keragaman pandangan tentang kemampuan dan kecemasan matematika siswa dari aspek gender. Anak perempuan ditunjukkan memiliki pengalaman spatial diluar sekolah yang lebih rendah daripada anak laki-laki, banyak anak perempuan tidak pernah menggali potensinya untuk berpikir secara spatial kecuali jika berpikir spatial diajarkan dalam kurikulum sekolah. Meskipun terdapat perbedaan yang menunjukkan keunggulan anak laki-laki pada ketrampilan spatial, ada variasi penting, yang mencakup sejumlah anak perempuan dengan potensi spatial tinggi. Temuan ini menunjukkan bahwa faktor biologis terkait dengan berbagai faktor lingkungan, yang mencakup pengalaman spatial, untuk menjelaskan masing- masing perbedaan pada keterampilan spatial ini. Maka, penting rasanya memasukkan lebih banyak aktivitas spatial dalam kurikulum. Siswa perempuan lebih unggul dalam kemampuan komunikasi (verbal) matematis, lebih termotivasi, terorganisasi dalam belajar.

### **2.5 *Grounded Theory***

Penelitian *Grounded Theory* merupakan desain penelitian kualitatif yang memungkinkan peneliti untuk membentuk konstruktivisme dan membangun teori dari data yang langsung dikumpulkan oleh peneliti bukan dari teori yang telah ada. *Grounded theory designs* menghasilkan suatu teori ketika teori-teori dan partisipan yang sudah ada tidak menangani permasalahan. *Grounded theory* dikembangkan secara induktif selama penelitian tersebut berlangsung dan melalui interaksi yang terus menerus (kontinu) dengan data di lapangan.

Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis ditinjau dari gender.Proses menganalisis pembelajaran konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis pada materi geometris transformasi akan diamati mulai dari awal pembelajaran sampai akhir pembelajaran. Tujuan pengamatan adalah untuk mengidentifikasi penyebab rendahnya pemahaman konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis ditinjau dari gender. Adapun langkah – langkah *Grounded Theory Methodology* yaitu sebagai berikut:

1. Perumusan Masalah

3. Penyusunan konsep teori

2. Mendeteksi fenomena lapangan

4. Pengembangan teori

5. Rekontruksi teori

# Gambar 2.3 Langkah-langkah Grounded Theory Methodology

Pendekatan Grounded Theory merupakan metode ilmiah, karena prosedur kerjanya yang dirancang secara cermat sehingga memenuhi keriteria metode ilmiah. Keriteria dimaksud adalah adanya signikansi, kesesuaian antara teori dan observasi, dapat digeneralisasikan, dapat diteliti ulang, adanya ketepatan dan ketelitian, serta bisa dibuktikan. Strauss & Corbin (1990) mendeskripsikan *Grounded Theory* sebagai suatu teori yang diturunkan dari data yang secara sistematis dikumpulkan dan dinalisis melalui suatu proses penelitian yaitu menggunakan pendekatan filosifis pengembangan teori, yaitu menyarankan adanya hubungan kontinu antara pengumpulan data dan analisis data. Salah satu kekuatan dari *Grounded Theory* adalah bersifat komprehensif dari perspektif yang dapat diperoleh oleh peneliti. Dengan cara langsung terjun ke dalam fenomena sosial dan melakukan observasi secara lengkap, agar peneliti dapat mengembangkan pengertian yang mendalam dan lengkap.

*Grounded Theory* bertujuan untuk menghasilkan atau menemukan suatu teori baru, skema analitik abstrak dari suatu fenomena yang berhubungan dengan suatu situasi tertentu (Cresswell, 1998). Situasi yang dimaksud adalah situasi dimana individu berinteraksi, melakukan aktivitas, tindakan atau melakukan suatu proses yang merupakan respon terhadap suatu fenomena di lapangan. Untuk meneliti bagaimana peserta didik bertindak dan bereaksi terhadap analisis penguasaan konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis siswa berdasarkan gender, peneliti akan mengumpulkan data yang berupa data hasil wawancara dengan melakukan beberapa kali kunjungan ke lapangan. Selanjutnya menghubungkan dan mengembangkan berbagai informasi yang didapat dan selanjutnya menuliskan proposisi teoritis atau hipotesis dari informasi tersebut dapat juga dengan menampilkan gambaran visual dari konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis siswa. Teori yang didapat di lapangan memiliki hubungan dua atau lebih variable yang dapat dipertanggung jawabkan *(reasonable)* diantara konse-konsep yang saling berkaitan. Kemudian teori tersebut dikembangkan dalam bentuk pertanyaan naratif sesuai dengan hipotesis dan juga proposisinya.

Pada *Grounded Theory* peneliti biasanya melakukan wawancara yang dilakukan dalam beberapa kali kunjungan ke lapangan untuk mengumpulkan data-data atau mencari informasi secara terus menerus untuk ditambahkan dalam pengumpulan data awal. Kemudian peneliti akan menganalisis hasil observasi dan dokumen-dokumen tersebut. Pengumpulan data pada penelitian *Grounded Theory* dilakukan secara zig-zag ke lapangan untuk mengumpulkan berbagai informasi/data, menganalisis, kembali lagi ke lapangan untuk lebih banyak mengumpulkan informasi/data, menganalisisnya kembali dan begitu seterusnya kegiatan yang dilakukan peneliti.

Analisis data dalam penelitian ini merupakan proses berkelanjutan yang membutuhkan refleksi terus menerus terhadap data/informasi yang telah diperoleh, mengajukan pertanyaan-pertanyaan analitis dan menulis catatan singkat sepanjang penelitian berlangsung. Analisis data dilakukan mulai dari sebelum memasuki lapangan, selama di lapangan dan setelah selesai dari lapangan. Sebelum peneliti memasuki lapangan, analisis dilakukan terhadap data hasil studi pendahuluan atau data sekunder yang akan digunakan untuk menentukan fokus penelitian, namun masih bersifat sementara dan akan berkembang setelah peneliti memasuki lapangan dan selama di lapangan. Selama di lapangan analisis dilakukan pada saat pengumpulan data berlangsung dan setelah selesai pengumpulan data dalam periode tertentu. Jika setelah dianalisis terasa belum memuaskan, maka peneliti melanjutkan lagi sampai data yang dianggap kredibel. Menurut Sugiyono (2008), aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus sampai tuntas hingga datanya jenuh. Aktivitas dalam analisis data ini meliputi data *reduction*, data *display* dan *conclusion drawing/verification* seperti tampak pada Gambar berikut:

# Gambar 2.4 Komponen Analisis Data

Dari gambar di atas dapat dijelaskan bahwa langkah yang akan dilakukan dalam analisis data pada penelitian adalah dari data yang sudah diperoleh dan dikumpulkan, peneliti akan mereduksi data tersebut, dalam hal ini peneliti akan merangkum, melakukan pemilihan data yang bersifat pokok dan penting dan membuat kategorisasi berdasarkan huruf besar, huruf kecil dan angka. Setelah mereduksi data langkah selanjutnya adalah mendisplay data (menyajikan data) dalam bentuk teks yang bersifat naratif, berupa grafik maupun chart. Dalam mendisplay data, huruf besar, huruf kecil dan angka pada saat reduksi data disusun ke dalam urutan sehingga strukturnya mudah dipahami. Langkah ketiga yang dilakukan oleh peneliti adalah memverifikasi atau membuat kesimpulan. Kesimpulan awal yang telah dikemukakan peneliti masih bersifat sementara (hipotesa) dan akan berubah apabila tidak ditemukan bukti-bukti yang kuat yang mendukung pada tahap pengumpulan data berikutnya.

Proses analisis data kualitatif menurut Creswell (2015) akan divisualisasikan dalam gambar berikut:

Mengkode teks untuk deskripsi yang akan digunakan dalam laporan penelitian

Mengkode teks untuk deskripsi yang akan digunakan dalam laporan penelitian

Peneliti mengkode datanya (yaitu menemukan segmen teks dan memberikan label kode kepadanya)

Peneliti membaca data dengan seksama (mendapatkan pemahaman umum tentang materi)

Peneliti mengumpulkan data dengan seksama (yaitu *fail teks* seperti catatan lapangan, transkripsi, atau bahan yang dipindai secara optik)

# Gambar 2.5 Proses Analisis Data Kualitatif

Menurut Creswell (2015) hal-hal yang perlu diperhatikan dari Gambar 3.3 adalah:

1. Bentuknya induktif, bergerak dari data tertentu atau data terperinci (misalnya transkripsi atau catatan yang diketik dari wawancara) ke kode atau tema umum. Ingat selalu akan hal ini yang membantu kita memahami bagaimana peneliti kualitatif menghasilkan tema atau kategori luas dari beraneka ragam basis data-terperinci. Meskipun analisis awal terdiri atas menyubdivisikan data, tujuan akhir adalah untuk menghasilkan gambaran terkonsolidasi yang lebih besar Tesch (dalam Creswell 2015).
2. Proses ini melibatkan proses simultan menganalisis seraya mengumpulkan data. Dalam penelitian kualitatif, pengumpulan dan analisis data adalah kegiatan simultan. Ketika anda sedang mengumpulkan data, anda juga mungkin akan menganalisis informasi lain yang sebelumnya telah terkumpul, untuk mencari ide utama. Prosedur ini berbeda dengan pendekatan tradisional dalam penelitian kualitatif, yang mendahulukan pengumpulan data terlebih dahulu, baru diikuti oleh analisis data.
3. Fase-fasenya juga bersifat iteratif (pengulangan), yang berarti bahwa kita bisa bergerak maju-mundur antara pengumpulan dan analisis data. Dalam penelitian kualitatif, kita mungkin mengumpulkan cerita individu-individu akan kembali mendapatkan lebih banyak informasi guna menutup celah di dalam cerita mereka selama ini, kita melakukan analisis terhadap cerita mereka.
4. Penelitian kualitatif menganalisis data dengan membacanya beberapa kali dan tiap kali melakukan analisis terhadapnya, kita akan mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam yang diberikan oleh partisipan-partisipan kita.
5. Tidak ada pendekatan tunggal yang diterima untuk menganalisis data kualitatif, meskipun ada pedoman untuk proses ini
6. Penelitian kualitatif adalah penelitian “interpretatif” yang dengan penelitian itu kita dapat membuat *assessment* pribadi sebagai deskripsi yang sesuai dengan situasi atau tema yang menangkap kategori utama informasi. Interpretasi yang kita buat terhadap suatu transkrip, misalnya berbeda dengan interpretasi dengan interpretasi yang dibuat orang lain. Hal ini bukan berarti bahwa interpretasi kita lebih baik atau lebih akurat, hanya berarti bahwa kita membawa perspektif diri yang berbeda pada interpretasi kita.

### **2.6 Penelitian Relevant**

Berdasarkan hasil penelitian Naufal Asyqar Fatio dan Larasati Maulida menunjukkan bahwa kajian konsep image pada siswa dapat meningkat kemampuan awal matematis siswa. Karena dengan pemahaman konsep image dapat membentuk pemikiran siswa secara signifikan untuk melakukan langkah selanjutnya dalam setiap permasalahan matematika yang ada. Hal ini juga akan berpengaruh pada representasi matematika siswa termasuk dalam mengkonstruksi bukti dan kemampuan komunikasi matematis siswa.

Berdasarkan hasil penelitian Muhammad Gilar Jatisunda (Jatisunda, 2021) dan juga David Tall (Tall, 1986) mengatakan bahwa Konsep image tersebut merupakan gambaran proses berpikir siswa yang menjadi cara pribadi siswa dalam menemukan suatu konsep baru. Hal tersebut juga bisa dijadikan informasi bagi guru ketika akan merancang proses pembelajaran karena sudah diketahui sejauhmana kemampuan siswa memahami konsep. Karena Sebuah konsep pertama kali terbentuk berdasarkan definisi. Konstruksi dasar proses kognitif dikembangkan berdasarkan concept image. Jika siswa tidak memiliki pemahaman mendasar yang mereka butuhkan dari sebuah konsep, maka pemahaman siswa kemudian didasarkan pada fondasi yang buruk. Sehingga konsep image merupakan gambaran mental seorang siswa terhadap suatu konsep matematika.

Berdasarkan penelitian David Tall dan Shlomo Vinner (Tall & Vinner, 1981) mengatakan bahwa konsep image terdiri dari semua struktur kognitif dalam pikiran individu yang dikaitkan dengan konsep yang diberikan. Ini mungkin tidak koheren secara global dan mungkin memiliki aspek yang sangat berbeda dari definisi konsep formal. Pengembangan batas dan kontinuitas, seperti yang diajarkan di sekolah menengah dan universitas, dipertimbangkan. Berbagai penyelidikan dilaporkan yang menunjukkan gambaran konsep individu yang berbeda dari teori formal dan mengandung faktor-faktor yang menyebabkan konflik kognitif.

Berdasarkan penelitian Chang Hyun Suk (Hyun Suk et al., 2022) menyatakan bahwa pemahaman konsep sangatlah penting untuk memahami berbagai perubahan dalam pembelajaran matematika. Siswa dapat memperoleh sebuah konsep baru melalui kegiatan konstruktif dalam belajar melalui guru, sehingga siswa dapat memperoleh pengetahuan baru yang dapat ia terapkan dalam mengerjakan suatu konsep dalam pembelajaran matematika.

Dalam penelitian Elena Nardi (Nardi, 1996) mengatakan bahwa matematika didefinisikan sebagai cara berpikir yang abstrak. Abstraksi menempati peringkat di antara aktivitas mental yang paling tidak dapat diakses. Dalam konteks pendidikan pertemuan dengan matematika ke formalisme matematika universitas. Transisi ini ditandai oleh ketegangan kognitif. Guna untuk mengidentifikasi dan mengeksplorasi ketegangan dalam ketegangan antara pertemuan matematikawan pemula dengan abstraksi matematika. Dalam tuisan Elena Nardi juga yang berjudul Mathematicians And Conceptual Frameworks In Mathematics Education … Or: Why Do Mathematicians’ Eyes Glint At The Sight Of Concept Image / Concept Definition”, mengatakan bahwa untuk mengatasi masalah pembelajaran dan pengajaran matematika di tingkat sarjana (dan pendidikan apa pun) melalui kolaborasi erat antara komunitas matematika dan pendidikan matematika. Dan itu termasuk pembangunan teori elemen klasik dari keseluruhan tujuan matematika penelitian pendidikan. Memperkenalkan matematikawan pada teori yang sudah ada konstruksi penelitian pendidikan matematika adalah salah satu langkah dalam sering panjang, sulit tapi akhirnya bermanfaat jalan kerja kolaboratif. Di sini beliau menawarkan bukti dari a belajar dalam konteks di mana peluang muncul bagi matematikawan untuk menjadi diperkenalkan, dan mengadopsi 'kosa kata' dari, Gambar Konsep / Definisi Konsep kerangka; dan, saya merenungkan secara singkat tentang signifikansi epistemologis dan pedagogis dari bukti ini.

Menurut penelitian M. Zandieh dan C. Rasmussen ( Zandieh, 2010 ) mengtakan bahwa untuk memajukan gagasan mendefinisikan sebagai aktivitas matematika dengan mengelaborasi kerangka kerja yang menyusun peran mendefinisikan dalam kemajuan siswa dari cara informal ke cara penalaran yang lebih formal. Kerangka kerja adalah hasil dari catatan retrospektif dari pengalaman belajar yang signifikan yang terjadi dalam kursus geometri sarjana. Kerangka mengintegrasikan teori desain instruksional Pendidikan Matematika Realistik (RME) dan perbedaan antara gambar konsep dan definisi konsep dan menawarkan peneliti lain dan desainer instruksional cara terstruktur untuk menganalisis atau merencanakan peran mendefinisikan dalam kemajuan matematika siswa.

Dalam penelitian David Tall (Tall, 1992) mengatakan bahwa siswa dapat membuat transisi ke konstruksi definisi-bukti dari pengetahuan. Namun, merupakan salah satu peran seorang inisiator dalam sebuah pertemuan diskusi untuk mengajukan pertanyaan untuk didiskusikan orang lain. Saya dapat melihat bahwa ada jarak tempuh di inisial pendekatan operasional untuk membangun citra konsep yang sesuai untuk nanti formalitas, memang gagasan tentang dialektika alat-objek disorot di Michele Makalah Artigue juga sesuai dengan ini, karena mendukung implisit penggunaan ide-ide matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah sebelum refleksi untuk mengubah mereka menjadi objek matematika.

Berdasarkan hasil penelitian Lathiful Anwar (Anwar et al., 2018) mengatakan bahwa mengonstruksi bukti terkait dengan kemampuan membuat konseptualisasi gambar, menemukan lokal- lokal konseptualisasi (sifat/kesimpulan terkait salah satu bagian dari gambar) dan global konseptualisasi. Menvalidasi biasanya menekankan pada proses mengkaitkan hubungan relational antara local konseptualisasi dan global konseptualisasi menjadi serangkain pernyataan yang mendukung proposisi/konklusi yang akan dibuktikan menjadi serangkaian pernyataan yang logis. Dengan kata lain menvalidasi adalah kegiatan melanjutkan secara linier dari awal sampai akhir dari suatu bukti tertulis, mungkin saja diulang berkali-kali. Urutan linier ini tidak selalu terjadi dalam proses konstruksi bukti.

Berdasarkan hasil penelitian Nugraha dan Pujiastuti (Nugraha & Pujiastuti, 2019) disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematis secara keseluruhan, siswa perempuan lebih tinggi dibandingkan siswa laki-laki. Kemampuan komunikasi matematis siswa perempuan pada aspek menggambar lebih tinggi dibandingkan dengan aspek menulis dan ekspresi matematika. Kemampuan komunikasi matematis siswa laki-laki pada aspek menulis lebih tinggi dibandingkan dengan aspek menggambar dan ekspresi matematika. Kemampuan komunikasi matematis siswa pada aspek menggambar untuk siswa perempuan lebih tinggi dibandingkan dengan siswa laki-laki. Kemampuan komunikasi matematis siswa pada aspek ekspresi matematika untuk siswa perempuan lebih tinggi dibandingkn siswa laki-laki. Kemampuan komunikasi matematis siswa pada aspek menulis untuk siswa laki-laki lebih tinggi dibandingkan siswa perempuan.

Berdasarkan hasil penelitian Budi Nurwahyu (Nurwahyu et al., 2016) menyatakan bahwa terdapat perbedaan pemahaman konsep image antara siswa laki-laki dan perempuan. Siswa perempuan cenderung mempunyai konsep image lebih dari satu yang koheren dan mempunyai kategori bayangan konsep bayangan konsep relasional *(relational concept image)*. Sedangkan siswa laki-laki cenderung mempunyai konsep image yang tidak variatif dan cenderung mempunyai kategori bayangan konsep instru- mental (instrumental concept image), dan cenderung menggunakan respon intuitif *(intuitive responce)* untuk penggunaan titik koordinat yang ada dalam pembentukan bayangan dari objek atau titik koordinat tersebut.

Maka berdasarkan hasil penelitian relevan diatas, persamaan penelitian dengan yang akan dilakukan adalah sama-sama menggunakan pemahaman konsep image siswa yang ditinjau dari gender dalam mengkinstruksi bukti dan komunikasi matematis. Dengan hasil penelitian yang relevan tersebut semakin meyakinkan peneliti untuk melanjutkan penelitiannya berdasarkan analisi konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis ditinjau dari gender.

### **2.7 Kerangka Berpikir Penelitian**

Terdapat usaha yang dibutuhkan oleh seorang guru untuk dapat terus memacu peserta didiknya agar terus aktif dan berpikir dalam kegiatan pembelajaran didalam kelas. Namun pada kenyataannya, keaktifan berpikir peserta didik belum bisa berkembang secara maskimal selama proses pembelajaran, yang selanjutnya akan berdampak pada pemahaman konsep dan kemampuan awal matematis siswa. Oleh karena itu seorang guru harus mampu meningkatkan kualitas wawasannya untuk membantu peserta didiknya agar mampu mempelajari materi matematika dengan baik sesuai dengan tujuan pembelajaran yang diharapkan. Pembentukan konspe image siswa diharapkan lebih mampu mendorong kemandirian, keaktifan dan tanggug jawab pada diri siswa, sehingga siswa menjadi lebih aktif, kreatif dan bernalar dalam proses pembelajaran guna mengatasi kemampuan mengkonstruksi bukti serta kemampuan komunikasi matematis. Dalam penelitian ini, peneliti tidak hanya menggunakan konsep image siswa dalam mengkonstruksi bukti melainkan juga komunikasi matematis dengan di tinjau dari gender. Penguasaan konsep image untuk melatih siswa aktif berfikir agar siswa dapat terbiasa dalam hal melakukan konstruksi bukti dan komunikasi matematis dalam menyelesaikan berbagai macam persoalan. Dengan demikian menunjukkan bahwa penguasaan konsep image pada siswa akan sangat membantu siswa untuk memiliki kemampuan mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis, siswa akan memiliki cara belajar yang jauh lebih baik, lebih aktif serta siswa tidak hanya pengamat yang pasif dan bertanggung jawab terhadap pembelajarannya sehingga dapat mengaitkan pelajaran kehidupan sehari-hari. Berikut merupakan grafik dari hubungan konsep image dengan mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis di tinjau dari gender:

An institutionalized way of understanding

A personal way of understanding

# Gambar 2.6 Grafik Konsep Image

Dari grafik di atas dapat kita lihat bagaimana keterkaitan konsep image dengan mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis yang ditinjau dari gender. Dalam matematika dan logika, system aksiomatik sangat diperlukan guna untuk menurunkan teorema secara logis, yang menggambarkan serangkaian kalimat tertutup sebagai bukti matematis dalam system formal yang memberikan hubungan konjret dari dunia nyata. Selanjutnya dari system aksiomatik formal tersebut akan terbentuk *formal concept definition* yang bertujuan untuk membentuk hirarki konsep atau ontology formal dari kumpulan objek dan sifat-sifatnya. Sehingga siswa mampu menginterpretasikan secara mandiri dari konsep definisi yang telah ada. Dari proses interpretasi tersebut siswa akan mampu membuat definisi konsep dari gambaran yang ada sehingga terbentuk konsep image siswa. Selama proses pembentukan konsep image tersebut, siswa akan memiliki cara masing-masing dalam mencari serta menemukan bagaimana cara memahami gambaran atau visual yang ada. Konsep image yang terbentuk akan mampu membuat siswa memiliki kemampuan mengkonstruksi bukti dan komunikasi matematis. Karena konsep image tidak lepas dari gambara mental atau visual, interpretasi sifat-sifat, kajian objek-objek nyata, serta pernyataan dalam bentuk tulisan yang logis dan sistematis yang semuanya diperlukan dalam proses pembuktian dan komunikasi matematis. Konsep image setiap siswa berbeda-beda, hal ini tidak lepas dari perbedaan gender yang ada. Karena perbedaan gender akan mempengaruhi bagaimana cara pandang, berpikir serta bernalar antara perempuan dan laki-laki.