# **BAB IPENDAHULUAN**

## **1.1 Latar Belakang**

 Permasalahan dalam dunia nyata sangat banyak kita temui, mulai dari masalah yang sederhana hingga masalah yang sangat rumit untuk diselesaikan. Dalam hal ini, matematika hadir sebagi alat untuk mempermudah penyelesaian suatu masalah yang ada pada kehidupan nyata dengan cara memodelkannya kedalam bentuk matematikanya. Pemodelan matematika dapat digunakan untuk memetakan suatu tempat, mencari jalan pintas dan beberapa kajian lainnya (Bondy & Murty, 2008). Matematika Diskrit merupakan salah satu pokok materi yang dipelajari dalam bidang ilmu matematika yang mana dalam salah satu materi pokoknya membahas tentang memodelkan masalah yang dirasa rumit menjadi lebih sederhana, sebut saja pokok materi Graf. Leonhard Euler adalah seorang matematikawan yang pertama kali memperkenalkan konsep teori graf pada tahun 1736, yang mana ia berhasil memecahkan masalah yang terjadi pada jembatan di kota Konigsberg.

 Dewasa ini, pemanfaatan pemodelan matematika sangat banyak ditemui pada kehidupan khususnya pemanfaatan teori graf misalnya terdapat pada penerapan algoritma pada lampu lalu lintas, penyusunan jadwal, pemetaan (*google maps*) dan masih banyak lagi yang bisa kita temui. Beberapa masalah lain yang dapat dimodelkan matematika dan khusus dapat diselesaikan dengan teori graf sesuai dengan yang dikemukakan oleh (Masido, 2007) teori graf dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan rumah, perancangan navigasi web, persoalan perjalanan pedagang, dan persoalan tukang pos cina. Sementara itu, (Utari, 2019) mengungkapkan graf juga dapat diterapkan pada masalah penetapan frekuensi radio selular, masalah jaringan makanan dan masalah pengaturan lalu lintas. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa teori graf dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah dalam berbagai bidang sampai saat ini dan masih banyak peneliti yang mengembangkan penelitian tentang pemanfaatan teori graf khususnya pewarnaan titik pada graf.

 Dalam (Mujib, 2019), Bondy dan Murty (2008) mengemukakan secara umum graf adalah pasangan himpunan $(V,E)$ dimana $V$ menyatakan himpunan titik yang tak kosong dan $E$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang titik pada graf tersebut. Pengaplikasian teori graf sangat banyak yang bisa kita lihat di kehidupan sehari-hari, (Mujib, 2011) mengungkapkan umumnya graf digunakan untuk memodelkan suatu masalah sehingga menjadi lebih mudah, yaitu dengan cara merepresentasikan objek pada masalah tersebut menjadi unsur dalam suatu graf seperti pemodelan pemetaan, optimasi, masalah jalur tercepat, dan kajian-kajian lainnya. Graf memiliki bermacam-macam jenis yaitu Graf Lengkap, Graf Lingkaran, Graf Kubik, Graf Planar dan lain sebagainya (Simanjuntak & Mulyono (2021); Gunnar, Brinkmann, J. G. B. D. M.,(2011).

 Beberapa graf dapat menghasilkan bentuk yang baru jika menggunakan operasi tertentu. Dua buah graf dapat dioperasikan dengan bermacam-macam operasi, antara lain operasi joint $(G+H)$, darab Cartesius $(G×H)$, darab korona

$(G⊙H)$, darab tensor $(G ⊗ H)$, komposisi $(G[F])$, dan Amalgamation (Utari, 2019). Bentuk baru graf yang dihasilkan menggunakan operasi tertentu juga dapat diwarnai titik-titiknya. Masalah pewarnaan pada graf merupakan salah satu topik yang sangat menarik untuk dibahas dalam teori graf. Ada tiga macam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan peta, pewarnaan sisi dan pewarnaan titik (Utari, 2019). Dalam pewarnaan titik pada graf, memiliki tujuan untuk mengetahui berapa banyak warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai semua titik yang ada pada graf dengan syarat tidak ada warna yang sama pada titik yang bertetangga. Banyak warna minimum yang dibutuhkan untuk mewarnai sebuah graf disebut bilangan kromatik yang dapat di simbolkan dengan $χ(G)$. Pewarnaan titik ini sangat banyak manfaatnya pada kehidupan sehari-hari karena banyak digunakan di banyak bidang misalnya dalam pembuatan jadwal, penentuan frekwensi radio, bahkan berkembang dalam bentuk permainan. Salah satu bentuk permainan di graf adalah Permainan Bilangan Kromatik (Mujib, 2011). Beberapa peneliti pernah mengkaji mengenai Permainan Bilangan Kromatik ini, Bartnicki dkk (2008) dalam makalahnya yang berjudul *Game Cromatic Number of Cartesian Product Graphs*. Kelas graf yang dikaji adalah graf $K2 ×Pn, K2 ×Cn, dan K2 ×Kn$. Kemudian Abdul Mujib (2011) dalam projeknya yang berjudul Bilangan Kromatik Permainan pada Beberapa Graf Hasil Kali Tensor lalu pada tahun 2019 dalam jurnal yang ia tulis dengan judul Bilangan Kromatik Permainan Graf Pot Bunga $C\_{m}S\_{n}$ dan Graf Pohon Palem $C\_{k}P\_{l}S\_{m}$.

 Permainan bilangan kromatik ini berisikan dua orang pemain, yang mana $P$ menjadi pemain pertama dan $Q$ menjadi pemain kedua dimana kedua pemain masing-masing memilih warna dari himpunan warna {1, 2, 3, 4, …, *k*}. Dalam permainan ini, setiap pemain memiliki tujuan masing-masing. $P$ bertujuan untuk mewarnai semua tiitk yang ada pada graf $G$ dengan warna yang tersedia yang artinya jika semua titik dapat ia warnai maka ialah pemenangnya dan dengan kata lain ia harus menentukan strategi untuk melakukannya. Sedangkan $Q$ bertujuan untuk menghalangi tujuan $P$ tercapai yang artinya ia harus menentukan strategi bagaimana caranya $P$ tidak dapat mewarnai seluruh titik yang ada pada graf $G$. Secara bergantian kedua pemain mewarnai titik yang ada pada graf $G$, $P$ sebagai pemain pertama memulai lebih dahulu dan $Q$ sebagai pemain setelahnya. Bilangan Kromatik Permainan itu sendiri memiliki makna Bilangan $k$ terkecil sedemikian sehingga $P$ mempunyai strategi untuk menang pada graf $G$ dengan $k$ warna yang dinotasikan $χ\_{g}(G)$.

 Dari pembahasan diatas, menentukan masalah bilangan kromatik permainan menjadi topik kajian yang cukup menarik untuk dibahas hal ini dikarenakan dalam menentukan bilangan kromatik permainan $χ\_{g}(G)$ dari graf $G$ terlebih dahulu harus dicari tahu bilangan kromatiknya $χ(G)$ sedemikian hingga $P$ memiliki cara untuk memperoleh kemenangan dalam permainan tersebut. Dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik permainan merupakan salah satu kajian yang menarik untuk dibahas dalam topik pemodelan matematika khusunya pada materi teori graf, akan tetapi pembahasan mengenai bilangan kromatik permainan pada kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$ belum peneliti temukan sejauh ini. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang bilangan kromatik permainan pada kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $\left(S\_{m}⊙C\_{n}\right)$.

## **1.2 Identifikasi Masalah**

 Dari latar belakang yang dibahas diatas, dapat diperoleh beberapa hal yang menjadi masalah pada saat ini yakni sebagai berikut:

1. Masih banyak yang belum mengetahui tentang pemanfaan pemodelan matematika.
2. Penyelesaian masalah masih banyak dilakukan menggunakan cara-cara biasa dan tidak memodelkannya ke bentuk matematika supaya lebih mudah dan mempersingkat waktu.
3. Belum menemukan penelitian yang membahas mengenai bilangan kromatik permainan pada graf operasi korona khususnya kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan kelas graf $(S\_{m}⊙C\_{n})$.

## **1.3 Batasan Masalah**

 Demi menghindari perluasan pembahasan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini, maka penulis membatasi pokok bahasan yang akan dibahas pada penelitian ini yakni perumuman bilangan kromatik permainan graf korona pada kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$.

## **1.4 Rumusan Masalah**

 Yang menjadi rumusan masalah berdasarkan latar belakang masalah diatas adalah:

1. Bagaimana menentukan dan membuktikan bilangan kromatik pada kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$ ?
2. Bagaimana menentukan dan membuktikan bilangan kromatik permainan pada kelas graf $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$ ?

## **1.5 Tujuan Penelitian**

 Tujuan yang ingin dicapai penulis pada penelitian ini adalah:

1. Membuktikan perumuman bilangan kromatik pada graf korona $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$.
2. Membuktikan perumuman bilangan kromatik permainan pada graf korona $(S\_{m}⊙K\_{n})$ dan $(S\_{m}⊙C\_{n})$.

## **1.6 Manfaat Penelitian**

 Manfaat dari penulisan penelitian ini antara lain adalah sebagai berikut:

1. Penulis memperoleh wawasan dan pengetahuan baru mengenai teori graf.
2. Memberikan tambahan wawasan bagi para pembaca mengenai bilangan kromatik permainan pada kelas graf korona.
3. Dapat dijadikan referensi bagi para peneliti yang akan melakukan penelitian lanjutan ataupun penelitian lain.

## **1.7 Anggapan Dasar**

 Dalam upaya mengkaji penelitian ini supaya sesuai dengan tujuan yang diharapkan, penulis memberikan beberapa anggapan dasar yakni sebagai berikut:

1. Bilangan kromatik pada graf bisa dicari dengan mudah dengan menggunakan berbagai cara namun untuk perumumannya cukup rumit untuk dilakukan.
2. Penentuan bilangan kromatik permainan pada graf juga bisa dengan mudah dicari jika sudah mengetahui bilangan kromatik nya, namun untuk perumumannya juga cukup rumit untuk ditentukan.